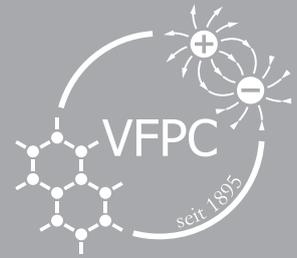


plusLucis



Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts



Quantenphysik

Impressum

PLUS LUCIS, Mitteilungsblatt des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts und des Fachausschusses Physik & Schule der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft (VZR: 668472729)
Erscheint vierteljährlich

Medieninhaber:

Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts
Adr.: AECC Physik Universität Wien, Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien
Web: <https://www.pluslucis.org>
E-Mail: schriftenleitung@pluslucis.org

Redaktion:

Mag. Dr. Thomas Plotz (Leitung)
Mag. Brigitte Knaus
Mag. Sarah Zloklikovits

Verantwortlicher Herausgeber dieser Ausgabe:

Dr. Marianne Korner, Universität Wien, Experimentelle Grundausbildung und Hochschuldidaktik
E-Mail: marianne.korner@univie.ac.at
Prof. Dr. Rainer Müller, Technische Universität Braunschweig, Physik und Physikdidaktik
E-Mail: rainer.mueller@tu-bs.de

HerausgeberInnenteam:

Univ.-Prof. Dr. Claudia Haagen-Schützenhöfer
Universität Graz, Physikdidaktik
E-Mail: claudia.haagen@uni-graz.at
Univ.-Prof. Dr. Martin Hopf
Universität Wien, Physikdidaktik
E-Mail: martin.hopf@univie.ac.at
Univ.-Prof. Dr. Anja Lembens
Universität Wien, Chemiedidaktik
E-Mail: anja.lembens@univie.ac.at
Univ.-Prof. Dr. Thomas Wilhelm
Universität Frankfurt, Physikdidaktik
E-Mail: wilhelm@physik.uni-frankfurt.de

Bezugshinweise:

Das Abonnement der Zeitschrift ist für Vereinsmitglieder im Mitgliedsbeitrag inkludiert.

Ein institutionelles Abonnement (z. B. für Bibliotheken) ist zum Bezugspreis von 40 Euro im Jahr möglich.

Offenlegung nach § 25 des Mediengesetzes Grundlegende Richtung: Fortbildung und fachliche Information für Physik- und ChemielehrerInnen, organisatorische Mitteilungen, Vereinsinterna.

Für die Inhalte der Artikel sind ausschließlich die namentlich genannten AutorInnen verantwortlich.

Titelbild (Umschlag):

IQQQI Vienna / Österreichische Akademie der Wissenschaften

Inhalt

Physik-Nobelpreis 2022 – Geschichte eines Forschungsweges.....	4
<i>Časlav Brukner</i>	
Rezension zum Buch: Einführung in die Quantenmechanik: Für Studierende des Lehramts Physik.....	6
<i>Leopold Mathelitsch</i>	
Experimente zur Quanteninformation.....	7
<i>Lukas Mairhofer, Mira Maiwöger, Martin Riepl, Franz Embacher & Gerd Christian Krizek</i>	
Erfahrungen aus dem Unterricht: Die Spiele-App „Katze Q – Ein Quanten-Adventure“.....	12
<i>Brigitte Knaus</i>	
Quantum Penny Flip – Spielen mit dem Quantencomputer.....	13
<i>Rainer Müller & Franziska Greinert</i>	
Einzelphotonen am Doppelspalt.....	17
<i>Rüdiger Scholz</i>	
Aufgaben mit Bezug zum Nobelpreis für Physik 2022.....	24
<i>Stefan Aehle, Philipp Scheiger & Holger Cartarius</i>	
Verschränkung und Teleportation.....	30
<i>Gesche Pospiech</i>	
Quantenphysik in der Schweben.....	36
<i>Klemens Winkler, Stefan Lindner, Philip Schmidt, Nikolai Kiesel & Markus Aspelmeyer</i>	

Editorial

Der Nobelpreis für Physik 2022 ging an Alain Aspect, John F. Clauser und Anton Zeilinger „für Experimente mit verschränkten Photonen, die die Verletzung der Bellschen Ungleichungen nachweisen und die Quanteninformatikwissenschaften vorantreiben“. Angesichts der wissenschaftlichen Bedeutung der gewürdigten Experimente konnte diese Auszeichnung niemanden überraschen. Allenfalls ist es verwunderlich, dass der Nobelpreis dafür nicht schon früher vergeben wurde, da die Bellsche Ungleichung den Unterschied zwischen klassischer und Quantenphysik vielleicht noch mehr auf den Punkt bringt als zum Beispiel die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation.

Aber worum geht es bei den preisgekrönten Experimenten eigentlich, und sind sie relevant für den Physikunterricht in der Schule? Diese Fragen sollen in diesem Heft aufgegriffen und fachdidaktische Ansätze, die in den vergangenen Jahren zur Vermittlung dieser doch sehr anspruchsvollen Inhalte entwickelt wurden, vorgestellt werden. Časlav Brukner gibt einen Überblick über die Entwicklung der Fragestellungen, die von Schrödinger, Bohr und insbesondere Einstein, Podolsky und Rosen im Jahr 1935 aufgeworfen wurden bis zur experimentellen Überprüfung durch Clauser, Aspect und Zeilinger. Er weist darauf hin, dass seinerzeit die heute als fundamental angesehenen Fragen im physikalischen Mainstream keineswegs als so relevant angesehen wurden, wie es heute erscheint, sondern eher als müßige philosophische Betrachtungen abgetan wurden. Das wird von der Anekdote bestätigt, die Alain Aspect in seiner kurzen Ansprache beim Nobelpreis-Dinner erzählte: Als er John Bell von seinem Vorhaben erzählte, dessen Ungleichung experimentell zu überprüfen, war seine erste Reaktion: „Do you have a permanent position?“ – eine wissenschaftliche Karriere ließ sich damals nach Bells Einschätzung auf diesem Thema nicht aufbauen.

Heutzutage wird das ganz anders gesehen. In den letzten fünf bis zehn Jahren hat sich das Gebiet der Quantentechnologien in geradezu rasanter Weise zu einer der bedeutenden Zukunftstechnologien entwickelt. Quantenkommunikation, Quantensimulation, Quantencomputing und Quantensensorik – das sind die Felder, in denen die Physik einzelner Quantenobjekte für technische Zwecke nutzbar gemacht wird. Die physikalische Basis für die Quantenkommunikation mit einzelnen Photonen ist die Verschränkung zweier Quantenobjekte (die sich experimentell mit der Verletzung der Bellschen Ungleichung überprüfen lässt) und die darauf aufbauende Quantenteleportation, die 1997 von Zeilinger und seiner Arbeitsgruppe – damals noch in Innsbruck – entwickelt wurde. Beide Konzepte werden im Beitrag von Gesche Pospiech erläutert. Der Artikel von Mairhofer, Maiwöger, Riepl, Embacher und Krizek stellt



Rainer Müller



Marianne Korner

Experimentiermöglichkeiten zur Bellschen Ungleichung dar, wie sie in der FH Technikum Wien in Laborkursen angeboten werden. Diese schließen an Maturaniveau an und bauen auf den Polarisationsfreiheitsgraden von Licht auf.

Aehle, Scheiger und Cartarius zeigen in ihrem Artikel, wie sich die Nobelpreis-Experimente für Aufgaben nutzen lassen. Die Aufgaben wurden in der Thüringer Physik-Olympiade gestellt. Sie zeigen, dass es für Schülerinnen und Schüler möglich ist, sich mit diesen anspruchsvollen Themen auseinanderzusetzen – von der technischen Umsetzung über die Nutzung der Polarisation bis zur Nutzung der Verschränkung in der Quantenkryptographie.

Die ikonische Anwendung der Quantentechnologien ist der Quantencomputer. Das Qubit ist das einfachste aller Quantensysteme und daher auch für den Physikunterricht interessant. Die in der Forschung diskutierten Quantenalgorithmen sind jedoch mathematisch zu kompliziert für den Unterricht. Ein Ausweg ist der von Müller und Greinert vorgestellte spielerische Ansatz: Man nutzt den von Anbietern wie IBM zur Verfügung gestellten Zugang, um ein Spiel mit „Quantengewinnstrategie“ auf einem echten Quantencomputer zu spielen.

Mehr um die Grundlagen des Unterrichts zur Quantenphysik geht es im Artikel von Scholz. Er stellt einige selten behandelte Aspekte des Doppelspaltexperimentes mit einzelnen Photonen vor und zeigt, wie mit einem „quantum reasoning“ fundamentale Aspekte der Quantenphysik diskutiert werden können.

Winkler, Lindner, Schmidt, Kiesel und Aspelmeyer geben schließlich einen Einblick in aktuelle Forschungsthemen an der Universität Wien. Die Levitation von Objekten, das optische oder magnetische Schweben, erlaubt es, Aspekte von Gravitation und Quantenphysik gemeinsam zu untersuchen und fundamentale Fragestellungen zum Verhältnis der beiden Theorien zu diskutieren.

Wir hoffen, mit der Zusammenstellung dieses Heftes Hintergrundwissen und Ideen für den Unterricht der Quantenphysik verschränken zu können und wünschen eine spannende und erbauliche Lektüre.

Rainer Müller und Marianne Korner

Physik-Nobelpreis 2022 – Geschichte eines Forschungsweges

Časlav Brukner

Der diesjährige Nobelpreis für Physik wurde Alain Aspect von der Universität Paris-Saclay, John F. Clauser von J. F. Clauser & Associates und Anton Zeilinger von der Universität Wien und dem Institut für Quantenoptik und Quanteninformation „für Experimente mit verschränkten Photonen, die die Verletzung der Bell-Ungleichungen nachweisen und Pionierarbeit in der Quanteninformationswissenschaft leisten“ verliehen. Die Geschichte ihrer individuellen Forschungswege ist nicht nur eine faszinierende Erzählung darüber, wie die Experimentalphysik die kontraintuitivsten Vorhersagen der Quantenmechanik bestätigte, sondern auch die eines Kampfes um das Recht, Forschung aus reiner Neugier zu betreiben, ungeachtet des Potenzials für ihre Anwendung. Ironischerweise steht die Quantenverschränkung heute im Mittelpunkt der sich rasch entwickelnden Quanteninformationstechnologie.

Die Quantenmechanik schreibt nicht vor, welches Ergebnis in einem einzelnen Durchgang eines Experiments eintreten wird, sondern beschreibt nur die Wahrscheinlichkeit, mit der es eintreten wird. Aber sind die Messergebnisse grundsätzlich probabilistisch, oder erscheinen sie nur so, wie im Lotto oder in der klassischen statistischen Physik, weil unsere Informationen über sie begrenzt und unzureichend sind, um eine zugrunde liegende deterministische Realität zu erkennen? Im Mittelpunkt der Antwort auf diese Frage steht die Arbeit der diesjährigen Nobelpreisträger Aspect, Clauser und Zeilinger. Doch gehen wir zunächst in der Geschichte zurück bis zu der Zeit, als das Phänomen der Quantenverschränkung entdeckt wurde.

Im Jahr 1935 stellten Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) ein Szenario vor, in dem ein Paar verschränkter Teilchen um eine beliebig große Strecke getrennt sind, bevor sie gemessen werden. Sie argumentierten, dass die quantenmechanische Beschreibung der Situation nicht vollständig ist und dass sie durch so genannte „lokale verborgene Variablen“ ergänzt werden muss. Diese Variablen bestimmen dann die Ergebnisse aller möglichen Messungen vor, und sie sind lokal, so dass keine Aktion an räumlich getrennten Orten eine lokale verborgene Variable beeinflussen kann (was Einflüsse ausschließt, die schneller als das Licht sind).

Im selben Jahr, in dem die EPR-Veröffentlichung erschien, legten Niels Bohr und Erwin Schrödinger in einem berühmten Aufsatz ihre Gegenargumente dar. Die Debatte wurde bis zum Beginn des Zweiten Weltkriegs fortgesetzt, und zwar weitgehend auf der Grundlage rein interpretativer und philosophischer Präferenzen, ohne dass eine Einigung erzielt wurde. Nach dem Krieg setzten die meisten Quantenphysikerinnen und Quanten-

physiker ihre Arbeit auf anderen, praktischeren Gebieten fort und vertraten die Ansicht, dass die Frage, ob es eine vollständigere Beschreibung im Sinne von EPR gibt oder nicht, nicht überprüfbar und daher so irrelevant sei „wie die uralte Frage, wie viele Engel auf einer Nadelspitze sitzen können“, wie es Wolfgang Pauli 1954 in einem Brief an Max Born ausdrückte.

All dies führte zu einem spezifischen wissenschaftlichen Dogmatismus und zu sozialem Druck, so dass Physikerinnen und Physiker, die an grundlegenden Fragen der Quantenmechanik arbeiten wollten, oft Schwierigkeiten hatten, eine Anstellung in ihrem Beruf zu finden, und streng darauf hingewiesen wurden, dass sie damit ihre Karriere ruinieren könnten. Wie Clauser berichtet, hielten die meisten Mitglieder der physikalischen Fakultät der Universität von Kalifornien in Berkeley, wo er zu dieser Zeit an den Grundlagen der Quantenmechanik arbeitete, „das Ganze für eine sinnlose Zeitverschwendung“. Er wurde nie zum Professor berufen.

Glücklicherweise gibt es immer wieder Physikerinnen und Physiker, die bereit sind, konventionelle Sichtweisen in Frage zu stellen. John Stewart Bell, ein Theoretiker am CERN, war einer von ihnen. Im Jahr 1964 bewies Bell, dass das EPR-Argument in Wirklichkeit zum gegenteiligen Ergebnis führte, als es ursprünglich angedacht wurde. Er leitete das ab, was heute als Bellsche Ungleichungen bekannt ist, die von Korrelationen in jeder Theorie, die auf lokalen verborgenen Variablen basiert, erfüllt werden müssen, und zeigte, dass quantenmechanische

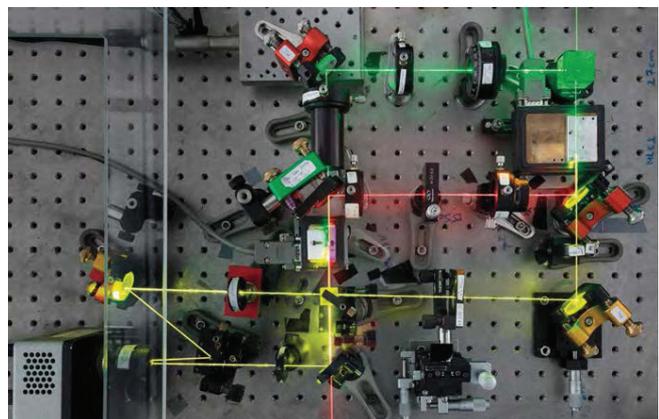


Abbildung 1: Ein typischer quantenoptischer Versuchsaufbau mit verschränkten Photonen. Ein einzelnes Photon aus dem Pump Laser erzeugt in einem optisch nichtlinearen Kristall durch den Prozess der spontanen parametrischen Abwärtskonversion ein Paar verschränkter Photonen. Die Photonen werden auf ein Interferometer gerichtet.
Foto: Universität Wien, Medienportal, Lois Lammerhuber

Korrelationen sie verletzen. Damit eröffnete er der Experimentalphysik die Möglichkeit, eine philosophische Frage über die Natur der physikalischen Realität zu beantworten.

Im Jahr 1972 führte Clauser zusammen mit dem damaligen Doktoranden Stuart Freedman den ersten Test der Bellschen Ungleichungen durch. Sie bauten einen Aufbau, bei dem zwei verschränkte Photonen in entgegengesetzte Richtungen zu einem festen Satz von Polarisationsfiltern und Detektoren geschickt wurden. Die gemessenen Daten verletzten zwar die Bellsche Ungleichung, aber das Experiment wies eine Einschränkung auf, die als Locality-Schlupfloch bekannt ist: Die Ausrichtung jedes Polarisators war im Voraus festgelegt, so dass die Information darüber, welche Messung durchgeführt wird, im Prinzip bereits zum Zeitpunkt der Erzeugung der Photonen vorlag. Die Messstatistiken konnten so durch lokale versteckte Variablen simuliert werden, die in der Photonenquelle erzeugt wurden.

1982 verbesserten Aspect und seine Kollegen den Aufbau und behoben das Locality-Schlupfloch, indem sie schnell zwischen dem einen oder dem anderen Filter mit unterschiedlichen Winkeln für jedes Photon umschalteten, nachdem die Photonen ihre Quelle verlassen hatten, aber bevor sie einen Detektor erreichten. Die Umschaltung war zu schnell, als dass Informationen darüber, welcher Filter auf der einen Seite gewählt wurde, die andere Seite erreichen und das Messergebnis beeinflussen konnten. Das letzte große Schlupfloch, das Detection-Schlupfloch des Bell-Tests, wurde erst 2015 durch die Arbeit von vier verschiedenen Forschungsgruppen, darunter die von Zeilinger, geschlossen. Wenn die Detektionseffizienz zu gering ist (d. h. das Detection-Schlupfloch offen ist), kann eine lokale verborgene Variable bestimmen, welche Photonenpaare detektiert werden. Es sieht dann so aus, als würden die Photonenpaare die Bellschen Ungleichungen verletzen, obwohl die Ergebnisse durch lokale verborgene Variablen erklärbar wären, wenn alle Photonen detektiert würden.

Die Frage, wie die Korrelationen zwischen verschränkten Teilchen letztlich erklärt werden können, ist unter Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern immer noch umstritten. Einige glauben, dass sie dynamisch durch eine nichtlokale Wechselwirkung zwischen den Teilchen während der Messung entstehen (ein Beispiel für eine solche Erklärung ist die Bohmsche Theorie). Andere glauben, dass das Konzept der „Realität“ selbst auf dem Spiel steht: Obwohl die Messergebnisse der beiden Teilchen für sich genommen völlig zufällig sind und ohne eine Ursache, nicht einmal eine verborgene, auftreten, sind die Beziehungen zwischen ihnen dennoch wohldefiniert. Grob gesagt, sind zwei verschränkte Teilchen besser als eine „einzige Einheit“ zu verstehen, auch wenn sie durch beliebige Entfernungen getrennt sind.



Abbildung 2: In 2012 stellte das Team um Zeilinger einen neuen Entfernungsweltrekord in der Quantenteleportation auf, indem es den Zustand eines Photons über eine 143 km lange Freiraumverbindung zwischen der Sendestation auf La Palma und der optischen Bodenstation der Europäischen Weltraumorganisation auf Teneriffa reproduzierte. Foto: IQOQI Vienna / Österreichische Akademie der Wissenschaften

Was ist der Nutzen davon? Wozu ist das alles gut? Genau mit diesen Fragen wurde Zeilinger bei seinen ersten Experimenten konfrontiert. Stolz verkündete er: „Es ist für nichts gut. Ich mache das nur aus Neugierde, weil mich die Quantenphysik von Anfang an total fasziniert hat“, wie er kürzlich in einem Interview sagte. Obwohl es sich in der Vergangenheit als problematisch erwiesen hat, von Neugier getriebene Forschung nach ihrer potenziellen Anwendbarkeit zu beurteilen, führte sie ironischerweise oft zu Entdeckungen von wirtschaftlicher und praktischer Bedeutung, deren Erträge die anfänglichen Investitionen bei weitem übersteigen. Frühe Experimente im Bereich der Grundlagen der Quantentheorie haben Theoretikerinnen und Theoretiker dazu veranlasst, darüber nachzudenken, wie man echte Eigenschaften von Quantensystemen, insbesondere die Quantenverschränkung, nutzen kann, um klassisch schwierige Kommunikations- und Rechenaufgaben zu lösen. Eine Fülle von Ideen wurde geboren, darunter die Verteilung von Quantenschlüsseln, die Quantenteleportation und das Quantencomputing. Die Bedeutung dieser Dinge wird dadurch unterstrichen, dass der diesjährige Breakthrough Prize in Fundamental Physics an die Pioniere der Quanteninformationswissenschaft, Charles H. Bennett, Gilles Brassard, David Deutsch und Peter W. Shor vergeben wurde.

Zeilinger und seine Kollegen haben die Implementierung und Erforschung von verschränkten Quantenzuständen in der Quanteninformation stark erweitert. Unter anderem realisierten sie die Quantenteleportation (zusammen mit dem Team von Francesco De Martini), Entanglement Swapping und Quantenschlüsselverteilung und arbeiteten 2017 am Aufbau der ersten Quantenkommunikationsverbindung über den chinesischen Satelliten Micius.

Die Hartnäckigkeit, mit der Clauser, Aspect und Zeilinger ihre Forschungen trotz der vorherrschenden kritischen Meinung in der Physikgemeinschaft fortsetzten, zeigt, wie wichtig es für Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler ist,

die Arbeit anderer zu hinterfragen, und wie kontraproduktiv es für den wissenschaftlichen Fortschritt ist, sich an den Glauben zu klammern, dass alle Probleme in irgendeinem Feld gelöst sind. Es ist durchaus möglich, dass ein solcher Glaube im Bereich der Quantenmechanik in den 1960er-Jahren zu einer erheblichen Verzögerung der Entwicklung der Quanteninformationswissenschaft geführt hat. Mehr als sechzig Jahre später scheint das Ende der Quantenphysik nicht näher gerückt zu sein. Dagegen scheint es mehr denn je, dass ein vollständiges Verständnis der Beziehung zwischen der

Quanten- und der Raum-Zeit-Physik noch immer fehlt. Dank der Arbeiten von Aspect, Clauser und Zeilinger wissen wir, dass die Quantenverschränkung dazugehören muss.

Časlav Brukner *Institut für Quantenoptik und Quanteninformation – Wien, Österreichische Akademie der Wissenschaften; Universität Wien, Fakultät für Physik*
Der Autor promovierte unter der Leitung von und arbeitete mit A. Zeilinger.

Rezension zum Buch: Einführung in die Quantenmechanik: Für Studierende des Lehramts Physik von U. Hohenester, K. Irgang. Springer Spectrum, 2023.

Leopold Mathelitsch

Die Vorlesung über Quantenmechanik ist auf der Hochschule eine fordernde Aufgabe, für Lehrende und Studierende. Dies insbesondere für Lehramtsstudentinnen und -studenten, die aufgrund des Zweitfachs eine geringere Vertiefung in Physik und Mathematik erfahren als Diplomstudierende. Auf Schulniveau scheint die Herausforderung noch größer zu sein, weil einerseits ein Interesse der Schülerinnen und Schüler an Schrödingers Katze, Beamen und Quantencomputer besteht, andererseits das benötigte mathematische Rüstzeug mehr oder weniger fehlt. Die beiden Autoren des vorliegenden Buches widmen sich beiden Ebenen und können auf Erfahrungen zurückgreifen: Ulrich Hohenester ist Quantenoptiker und liest die Vorlesung „Einführung in die Quantenmechanik“ seit einigen Jahren an der Universität Graz, und Klaus Irgang beschäftigte sich mit der Thematik im Rahmen seiner Diplomarbeit und unterrichtet derzeit am B(R)G Leibnitz.

Der Welle-Teilchen-Dualismus bildet den Einstieg zu dem Buch, und zwar über das Mach-Zehnder-Experiment. Der übliche Zugang über den Doppelspalt wird in einem fachdidaktischen Kapitel detailliert mit Vorschlägen für Einführung, Diskussionen und Experimenten dargestellt.

In den weiteren Kapiteln wird Schrödingers Zugang zur Quantenmechanik über Wellenfunktionen besprochen. Die Schrödingergleichung wird auf Potentialstufen und den Harmonischen Oszillator angewendet, um dann die Eigenheiten des Wasserstoffatoms herzuleiten.

Das Wasserstoffatom steht auch im Zentrum einer fachdidaktischen Betrachtung, wobei die wichtige Verbindung zur Chemie hervorgehoben wird, aber auch Elemente der physikalischen Chemie wie Dipolkräfte und hybridisierte Orbitale angesprochen werden. Unterrichtsideen und mögliche

Projekte zu Wasser(stoff) und Polarisationsfiltern aus quantenphysikalischer Sicht runden dieses Kapitel ab.

Erst nach etwa Dreiviertel des Buches wird auf den mathematischen Formalismus der Quantenmechanik genauer eingegangen, nicht nur der Vollständigkeit halber, sondern weil damit weitere Eigenschaften der Quantenmechanik, wie verschränkte Zustände, Quantencomputer oder Dekohärenz, besser erklärt werden können.

Für die Herleitungen und Diskussionen wird nur so viel Mathematik eingeführt, wie unbedingt nötig. Einige Male wird es mathematischer, wobei diese Kapitel jedoch gekennzeichnet sind und übersprungen werden können. Jeder Abschnitt wird von Aufgaben abgeschlossen, diese sind überwiegend Rechenbeispiele, deren Lösungen in einem Anhang angegeben sind. Auch die drei didaktischen Kapitel sind mit Aufgaben versehen, meist Anregungen für mögliche Umsetzungen im Unterricht.

Das Buch zeichnet eine einfache, klare Sprache aus, was ein gutes Verständnis der Thematik erleichtert, besonders in den „modernen“ Kapitel über Quantenkommunikation und -computer. Dass Unterschiede und Verknüpfungen von klassischer mit Quantenphysik mehrfach an verschiedensten Stellen des Buches explizit angesprochen werden, ist eines der Positiva dieses Buches.

Dieser Band der Springer Spectrum Reihe bildet eine sehr geeignete Unterstützung für Studierende, die die Quantenmechanik meistern wollen. Er eignet sich aber auch als interessante Auffrischung für Lehrkräfte in physikalischer und didaktischer Hinsicht.

Leopold Mathelitsch *Universität Graz*

Experimente zur Quanteninformation

Lukas Mairhofer, Mira Maiwöger, Martin Riepl, Franz Embacher & Gerd Christian Krizek

Quantentechnologien sind eine Schlüsseltechnologie des 21. Jahrhunderts. Aufgrund ihres interdisziplinären Charakters integrieren sie ein breites Feld an Ingenieurwissenschaften. Die Fachhochschule Technikum Wien (FHTW) trägt dieser Entwicklung Rechnung und verankert das Thema, teilweise bereits seit 2011, in zahlreichen Studiengängen in der curricularen Lehre.

Im Bachelor Informatik vermittelt eine Vertiefung zwei Semester lang interessierten Studierenden die Grundlagen der Quanteninformation und das Programmieren von Quantenalgorithmien. Da in diesem Studium keine Lehrveranstaltungen zur Physik vorgesehen sind, setzt der Unterricht bei Physikkenntnissen auf Maturaniveau an.

Auch in anderen Studiengängen wie im Master Software Engineering und im Master IT Security sind Quantenkryptographie und Quantencomputing wichtige Themen, denen eigene Lehrveranstaltungen gewidmet sind. Im Master Robotik Engineering werden neben der Quanteninformation auch Quantensensoren eine große Rolle spielen, und ein Wahlfach bietet hier einen Überblick über die zahlreichen Anwendungsfälle in diesem Bereich.

Im Sommer 2022 fand zum ersten Mal die Summer School „Quantentechnologie“ der FHTW statt. Mit diesem Angebot wurden 60 lokale und internationale Studierende angesprochen.

Im Folgenden werden die physikalischen Grundlagen, die in diesen Lehrveranstaltungen vermittelt werden, und die Experimente, die die Studierenden durchführen, skizziert.

1. Polarisation

Wir beginnen mit einigen einfachen Experimenten, mit welchen wir Phänomene der Quantenphysik beobachten können, und für die lediglich eine Lichtquelle und Polarisatoren (idealerweise auf einer optischen Bank) benötigt werden. Polarisatoren finden zahlreiche Anwendungen im Bereich der Optik, zum Beispiel verbaut in Sonnenbrillen, als Aufsatz für Kameraobjektive, als „Gläser“ in 3D-Kinobrillen und anderen optischen Instrumenten. Licht, das als Wärmestrahlung abgegeben wird, also beispielsweise Sonnenlicht, besteht aus einer Mischung von Photonen, die in allen beliebigen Richtungen schwingen, es ist „unpolarisiert“. Trifft unpolarisiertes Licht auf einen Polarisator, so kann nur ein Teil des Lichts diesen passieren, der Rest wird vom Polarisator absorbiert. Dieser Sachverhalt kann auf Grundlage der klassischen Physik durch Eigenschaften elektromagnetischer Wellen und ihrer Wechselwirkung mit Materie erklärt werden. Tatsächlich besteht aber das

auf den Polarisator fallende Licht aus Photonen, die nicht miteinander wechselwirken. Daher nehmen wir ab jetzt einen quantenphysikalischen Standpunkt ein, der es erlaubt, Versuchsergebnisse mit Polarisatoren so zu deuten, als würde es sich um eine Serie von Experimenten mit jeweils nur einem einzigen Photon handeln.

Für jedes einzelne Photon wird die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es den Polarisator passieren wird (und die Gegenwahrscheinlichkeit, dass es absorbiert werden wird) durch die Winkeldifferenz $\Delta\alpha$ zwischen der Schwingungsrichtung des Photons und der Ausrichtung des Polarisators bestimmt. Schwingt das Photon bereits in Polarisationsrichtung, so kann es – einen idealen Polarisator vorausgesetzt – diesen ungehindert passieren. Oszilliert es jedoch im rechten Winkel zur Polarisationsrichtung des Polarisators, so wird es garantiert absorbiert. Allgemein ist die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Photon den Polarisator passiert, durch $\cos^2(\Delta\alpha)$ gegeben (und die Gegenwahrscheinlichkeit daher durch $\sin^2(\Delta\alpha)$). Nach dem Austritt aus dem Polarisator schwingen nun alle Photonen in der Polarisationsrichtung des Polarisators, das Licht ist in dieser Richtung polarisiert.

2. Messung

Bei diesem unscheinbaren Experiment handelt es sich bereits um Messungen im quantenphysikalischen Sinne. An jedem einzelnen Photon wird durch den Polarisator eine Messung seines Zustands vorgenommen, wobei die möglichen Ergebnisse „durchgelassen“ oder „absorbiert“ sind. Doch aus dem Ergebnis lässt sich nur bedingt auf den Zustand des Photons vor dem Polarisator schließen. Denn anders als beim Messen einer Länge mit einem Maßband ändert eine Messung an einem Quantensystem in der Regel auch dessen Zustand. Die Polarisation des Photons muss keineswegs exakt mit der Ausrichtung des Polarisators übereinstimmen, um von diesem durchgelassen zu werden. Doch in diesem Fall ändert die Messung die Richtung der Polarisation des Photons so, dass sie nach dem Polarisator exakt mit dessen Ausrichtung übereinstimmt. Man mag sich die Frage stellen: Könnte man nicht einfach „behutsamer“ messen, um genaue Kenntnis über den Zustand vor der Messung zu erlangen? Es zeigt sich aber, dass es für Quantensysteme diese Möglichkeit nicht gibt.

3. Superposition

Bringen wir nun einen zweiten Polarisator II ins Spiel: Orientieren wir diesen parallel zu Polarisator I, also beispielsweise beide Polarisatoren horizontal (siehe Abb. 1), so kann jener Anteil des einfallenden Lichts, das Polarisator I passiert

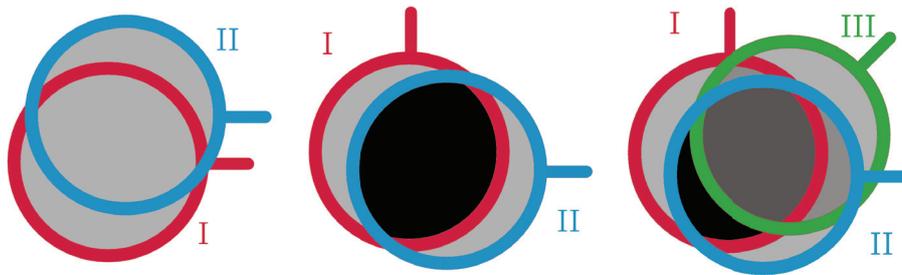


Abbildung 1: Links: Liegen zwei Polarisatoren I und II im gleichen Winkel übereinander, kann das gesamte Licht, das Polarisator I passiert, auch Polarisator II passieren. Mitte: Liegt die Polarisationsrichtung von Polarisator I orthogonal zu jener von Polarisator II, kann kein Licht die Polarisatoren passieren. Rechts: Wird ein um 45° verdrehter Polarisator III zwischen I und II geschoben, kann Licht alle drei Polarisatoren passieren.

hat, zur Gänze auch den Polarisator II passieren. Das Licht ist bereits vor dem Auftreffen auf Polarisator II in dessen Durchlassrichtung polarisiert. Verdrehen wir nun Polarisator I so, dass die Polarisationsrichtungen der beiden Polarisatoren orthogonal aufeinander stehen, kann kein Licht, das Polarisator I passiert hat, auch Polarisator II passieren. (Abb. 1) Das Licht ist nach dem Austritt aus dem ersten Polarisator so polarisiert, dass es vom zweiten zur Gänze absorbiert wird.

Nun drehen wir Polarisator I um 45° , sodass die Durchlassrichtungen der Polarisatoren einen Winkel von 45° einschließen. Jedes einzelne Photon, das Polarisator I passiert hat, hat jetzt eine Chance von 50%, auch den zweiten Polarisator zu passieren (und daher eine Chance von 50%, vom zweiten Polarisator absorbiert zu werden).

Hier zeigt sich eine Besonderheit des Zustandsbegriffs in der Quantentheorie: Polarisator II sei horizontal orientiert. Jedes Photon, das Polarisator I passiert hat, ist in einem Winkel von 45° zu dessen Durchlassrichtung polarisiert. Dieser Zustand kann quantenphysikalisch auch als Superposition (Überlagerung) aus den Zuständen „horizontal polarisiert“ und „vertikal polarisiert“ gedeutet werden. Polarisator II wirkt in diesem Sinn als Messung, die jedes Photon zwingt, mit „horizontal polarisiert“ (kann passieren) oder „vertikal polarisiert“ (wird absorbiert) zu antworten. Dieser Fall unterscheidet sich von unpolarisiertem Licht insofern, als in diesem jedes Photon unterschiedlich oszilliert, während sich die aus Polarisator I austretenden Photonen alle im gleichen Zustand befinden.

Kommt nun noch ein dritter Polarisator III hinzu und orientiert man den ersten Polarisator vertikal, den zweiten horizontal und schiebt den dritten Polarisator in einem Winkel von 45° zwischen den beiden ein, dann kann ein Photon alle drei Polarisatoren passieren: Ein Photon, das Polarisator I passiert hat (danach also vertikal polarisiert ist), passiert mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% auch Polarisator III, befindet sich danach in einem Zustand „ 45° polarisiert“ und passiert daher den (horizontal orientierten) Polarisator II mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% und ist danach horizontal polarisiert. Insgesamt beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein vertikal polarisiertes Photon die beiden Polarisatoren III und II passiert, $0,5 \times 0,5 = 0,25 = 25\%$.

Nimmt man den Polarisator III heraus, so gelangt kein Photon, also kein Licht mehr hindurch. Man erhält also durch den zusätzlichen Polarisator mehr statt weniger Licht!

4. Verschränkung

Verschränkung ist eines der überraschendsten Phänomene der modernen Physik und bildet die Grundlage von Quantencomputern ebenso wie von Protokollen zur Quantenkryptographie. Für ihren experimentellen Nachweis wurde der Nobelpreis für Physik 2022 an John Clauser, Alain Aspect und Anton Zeilinger verliehen [1]. Verschränkung entsteht, wenn zwei Quantenobjekte A und B miteinander wechselwirken oder gemeinsam entstehen und dadurch eine Korrelation zwischen ihren Eigenschaften besteht. Bei maximaler Verschränkung lässt sich aus der Messung einer bestimmten Eigenschaft am Objekt A mit Sicherheit vorhersagen, welches Ergebnis die Messung dieser Eigenschaft am Objekt B haben wird.

In klassischer Sichtweise geht man davon aus, dass alle Eigenschaften der beiden Objekte (d. h. die Werte aller Messgrößen) eindeutig festgelegt sind, sodass eine Messung diese nur feststellt. Wir haben jedoch bereits gesehen, dass in der Quantenmechanik die Eigenschaften erst durch die Messung fixiert werden. Das führt zu Situationen, die für unsere klassische Denkweise als paradox oder „schlicht unmöglich“ erscheinen.

Wir können versuchen, dies mit einem Beispiel aus dem Alltag zu verdeutlichen: Zwei Züge verlassen den Bahnhof Linz in unterschiedliche Richtungen. Zug A fährt nach Wien, Zug B fährt nach Salzburg. Alice und Bob, die eine kleine Reise unternehmen wollen, steigen in einen der beiden Züge. Da wir jedoch von oben auf den Bahnsteig blicken und das Vordach den Blick versperrt, wissen wir nicht, in welchen! Wenn jedoch jemand in Zug A nachsieht und Alice oder Bob dort antrifft, ist sofort klar, dass eine solche Suche in Zug B erfolglos verläuft, und dasselbe gilt für vertauschte Rollen der Züge. Soweit, so wenig bemerkenswert. Wenn allerdings die Wahl, welchen Zug Alice und Bob nehmen, ein Quantenprozess ist, könnte der Zustand des Gesamtsystems eine Überlagerung aus „Alice und Bob sitzen in Zug A“ und „Alice und Bob sitzen in Zug B“ sein. Eine Messung in einem der beiden Züge bestünde darin, nachzusehen, ob sich Alice und Bob unter den Passagieren befinden (Messergebnis = 1) oder nicht (Messergebnis = -1).

In quantenphysikalischer Deutung steht das Ergebnis vor einer solchen „Messung“ nicht fest, es wird erst durch die Messung erzeugt! Bevor in einem der beiden Züge nach Alice und Bob gesucht wird, steht es „objektiv“ nicht fest, in welchem Zug sie sich befinden. Man könnte sagen, dass sie im Sinn einer quantenmechanischen Überlagerung „in beiden Zügen sitzen“. Eine einzige erfolgreiche oder erfolglose Suche in einem der beiden Züge legt die Situation schlagartig auch für den anderen fest – selbst wenn die Züge Lichtjahre voneinander entfernt sind.

Dieses außergewöhnliche Verhalten unterscheidet die Vorgänge auf der Quantenebene wesentlich von jenen in unserer Erfahrungswelt. Verständlich, dass an einer solchen Theorie viel Kritik geäußert wurde. Könnte ein naheliegender Ausweg nicht darin bestehen, dass die Quantentheorie nur einen Teil der physikalischen Wirklichkeit beschreibt und die quantenmechanische „Unbestimmtheit“ nur „Unkenntnis“ ist? Dass es also physikalische Größen gibt, die wie in der klassischen Mechanik eindeutig bestimmen, wie Experimente bei vorgegebenen Anfangsbedingungen ausgehen werden, Größen, die wir nur noch nicht entdeckt haben und die daher „verborgene Variable“ heißen?

5. Gibt es verborgene Variablen?

Die Frage, ob es solche verborgenen Variable geben kann, war für Jahrzehnte offen, bis in den 1960-er Jahren zuerst von John Bell und danach von Clauser, Horne, Shimony und Holt Möglichkeiten erdacht wurden, sich dieser Frage experimentell anzunähern [2]. Die Bell-CHSH-Ungleichung ist eine Aussage, die in jeder Theorie mit lokalen verborgenen Variablen gilt (wobei „lokal“ salopp formuliert bedeutet, dass – wie von der Speziellen Relativitätstheorie gefordert – auch mit verborgenen Variablen keine überlichtschnelle Kommunikation möglich ist). Der springende Punkt ist nun, dass die Vorhersagen der Quantentheorie die Bell-CHSH-Ungleichung verletzen. Wenn die Verletzung dieser Ungleichung auch im Experiment gezeigt werden kann, folgt, dass es keine lokalen verborgenen Variablen gibt [3].

Experimentelle Tests der Bell-Ungleichung werden meist mit Paaren verschränkter Photonen durchgeführt [4, 5]. Dabei wird die Polarisation an jedem der beiden Photonen gemessen. Diese Messung wird für viele Photonenpaare durchgeführt und anschließend wird die Korrelation zwischen den Ergebnissen dieser Messungen untersucht. Dabei müssen an beiden Photonen Messungen mit unterschiedlich orientierten Polarisatoren durchgeführt werden (wobei die beiden Messausgänge jeweils mit -1 und 1 bezeichnet werden). Wenn angenommen wird, dass die Polarisation jedes Photons bereits vor der Messung durch eine verborgene Variable festgelegt ist, ergibt sich eine bestimmte Obergrenze für die Korrelation zwischen den Messergebnissen: Sie kann nicht größer als 2 werden. Für bestimmte Winkel sagt die Quantenmechanik jedoch eine Korrelation vorher, die mit $2 \cdot \sqrt{2}$ deutlich größer

ist. Eine Verletzung der Bell-Ungleichung schließt daher die Existenz lokaler verborgener Variablen aus. (Für Details siehe die Infobox zur Bell-CHSH-Ungleichung.)

6. Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren – Bell-Experiment

In unserem Experiment [6] entstehen die verschränkten Photonenpaare (siehe Abb. 2) in einem nicht-linearen Kristall. Dieser wird mit einem Laser mit einer Wellenlänge von 405nm gepumpt, also mit ultraviolettem Licht beleuchtet. Im Kristall entstehen durch sogenannte parametrische Down-Conversion aus einem ultravioletten Photon zwei infrarote Photonen mit einer Wellenlänge von 810 nm. Dabei bleiben insgesamt die physikalischen Eigenschaften erhalten: Polarisation, Energie und Impuls der beiden erzeugten roten Photonen entsprechen der Polarisation und in Summe der Energie und dem Impuls des blauen, erzeugenden Photons.

Ein $\lambda/2$ -Plättchen dreht die Polarisation des blauen Photons um 45° , so dass es sich in einer Superposition aus horizontaler und vertikaler Polarisation befindet. In der Folge entstehen auch die roten Photonenpaare in einer Überlagerung aus vertikaler und horizontaler Polarisation. Aufgrund der Erhaltung der physikalischen Eigenschaften sind die Photonen dieser Paare

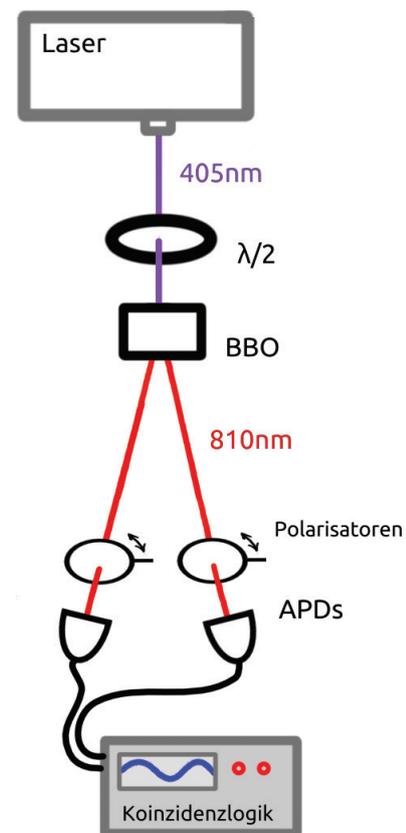


Abbildung 2: Skizze zur Erzeugung verschränkter Photonenpaare (Details im Text). Ein blauer (405 nm) Laser pumpt einen nichtlinearen Bariumborat-Kristall (BBO). Mit geringer Wahrscheinlichkeit entstehen dabei infrarote (810 nm) Photonenpaare. Mit Avalanche-Photodioden (APDs) und einer Koinzidenzlogik können jene Photonen gezählt werden, die gleichzeitig die beiden Polarisatoren passieren.

zusätzlich aber auch noch verschränkt (und bilden hinfort zwei Teilsysteme A und B): Eine Messung wird entweder für beide Photonen eine horizontale oder für beide eine vertikale Polarisation ergeben. Diese Messung wird durchgeführt, indem jeder der beiden Strahlen verschränkter Photonen durch einen Polarisator fällt und dahinter jeweils die Anzahl der eintreffenden Photonen gezählt wird. Die Anzahl der Photonen hinter dem Polarisator hängt davon ab, wie gut die Polarisation der Photonen mit der Ausrichtung des Polarisators übereinstimmt.

Diese Photonen werden in Glasfasern eingekoppelt und in Avalanche Photodioden (APD) detektiert: Das Photon schlägt ein Elektron aus der Diode, welches zu einer Elektronenlawine verstärkt wird. Dadurch entsteht ein messbares Signal.

Bei der Durchführung des Experiments werden die Zählraten in beiden Detektoren bei unterschiedlichen Winklereinstellungen der Polarisatoren gemessen. Praktischerweise werden die Polarisatoren in diesem Setup digital angesteuert. Das Durchfahren der verschiedenen Winkel dauert etwa eine Minute. Zum Test der Bell-CHSH-Ungleichung werden nur solche Photonenpaare herangezogen, die „gleichzeitig“ innerhalb eines Zeitfensters von wenigen Nanosekunden eintreffen. Diese Auswahl der Photonenpaare erfolgt durch eine Koinzidenzlogik.

Die Messung mit einem gut justierten Setup zeigt innerhalb weniger Minuten eine Korrelation zwischen den Messungen von Detektor A und Detektor B, die deutlich über dem Wert 2 liegt. Damit ist grundsätzlich ausgeschlossen, dass das Verhalten verschränkter Objekte durch lokale versteckte Variable beschrieben werden kann. Alice und Bob sitzen also tatsächlich in beiden Zügen – jedoch nur solange niemand nachsieht.

7. Konsequenzen und Anwendungsmöglichkeiten

Es gibt zwei mögliche Interpretationen dieses Ergebnisses: Entweder ist die Quantenmechanik vollständig und der Zufall fundamentaler Bestandteil der Physik; oder aber es existieren *nichtlokale* Variable, mit welchen sozusagen das Universum das Verhalten der Objekte festlegt. In beiden Fällen existiert eine Beziehung zwischen verschränkten Quantenobjekten, welche nichtlokal ist. Hier scheint auf den ersten Blick die Lokalität physikalischer Vorgänge und damit die Spezielle Relativitätstheorie verletzt zu sein: Muss es nicht eine instantane, also überlichtschnelle Wechselwirkung zwischen den Teilsystemen (den beiden Zügen, die den Bahnhof Linz verlassen haben bzw. den verschränkten Photonen) geben? Kurioserweise kann aber die Verschränkung nicht dazu verwendet werden,

überlichtschnelle Signale zu übertragen! Um das Experiment vollständig durchzuführen und die Korrelationen zu identifizieren, müssen die Messergebnisse an Detektor A und Detektor B verglichen werden – A und B müssen auf einem klassischen Kanal Information übertragen. Dies kann höchstens mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen.

Das Bell-CHSH-Experiment ist ein guter Ausgangspunkt für die Vermittlung eines breiten Spektrums an physikalischen Inhalten, das von der Polarisation des Lichts (bzw. der einzelnen Photonen) über Superposition bis zur Verschränkung reicht. Dabei zeigt sich, dass theoretische Konzepte der Physik experimentell getestet werden können, wobei sich aber unsere Alltagserfahrung und Intuition als völlig unzureichend erweisen können.

Auch in kurzen Laboreinheiten von eineinhalb Stunden kann mit einem vorjustierten Experiment die Bell-CHSH-Ungleichung verletzt werden. Die Studierenden messen in diesem Fall die Koinzidenzraten für 16 verschiedene Polarisator-Einstellungen und berechnen daraus dann den Wert der Bell-CHSH-Ungleichung an den verschränkten Photonen. Dabei kann der Einfluss der Detektionsgenauigkeit und Integrationszeit auf das Ergebnis diskutiert werden. Bei der Auswertung der Messergebnisse erlernen die Studierenden das Verfassen von Versuchsprotokollen. Dazu gehört die Fehlerrechnung ebenso wie die Diskussion der Signifikanz der Ergebnisse.

Im Rahmen von längeren Laboreinheiten kann es Teil der Aufgabe sein, das Setup (nach-) zu justieren. Solche Aufgaben stellen sich auch in der Forschungsarbeit in der Quantenoptik und Quanteninformation. Die Justage erfolgt in einem abgedunkelten Raum und erfordert Geduld und ein gewisses Maß an Frustrationstoleranz.

Das Experiment bildet damit einen spannenden Ausgangspunkt für Referate, Gruppenarbeiten und weiterführende Diskussionen über die Anwendung von verschränkten Quantensystemen in der Kryptographie und als Ressource für das Quantencomputing.

Lukas Mairhofer ist Senior lecturer/researcher an der FHTW, Department for Applied Mathematics and Physics (AMaP).

Mira Maiwöger ist Junior lecturer/researcher an der FHTW, Department AMaP.

Martin Riepl ist Lecturer an der FHTW, Department AMaP.

Franz Embacher ist Kompetenzfeldleiter für Angewandte Mathematik und Statistik an der FHTW, Department AMaP, und Dozent für Theoretische Physik an der Universität Wien.

Gerd Christian Krizek ist Leiter des Departments Applied Mathematics and Physics (AMaP) an der FHTW.

Infobox 1: Bell-CHSH-Ungleichung

Der grundlegende experimentelle Aufbau zur Demonstration der Verletzung der Bell-CHSH-Ungleichung ist zunächst recht einfach: Man sendet Licht von einer polarisierten Quelle zu Alice, die ihren Polarisator in die Winkeleinstellungen α_1 und α_2 bringen kann, und zu Bob, dem die Winkeleinstellungen β_1 und β_2 zur Verfügung stehen.

Alice und Bob stellen fest, dass für einzelne gemessene Photonen zwei mögliche Ausgänge möglich sind: Ein Photon passiert den Polarisator in Einstellung α_1 (diesem Ereignis wird $A = +1$ zugeordnet) oder wird vom Polarisator absorbiert (man ordnet $A = -1$ zu). Passiert/Absorbiert ein Photon den Polarisator in Einstellung α_2 , ordnet Alice $a = +1/-1$ zu. Analoges gilt für Bob mit entsprechenden Größen B und b . (Physikalischer Hintergrund: Die Werte ± 1 entsprechen den Eigenwerten des Operators, der die Messrichtung beschreibt.)

Damit stehen vier Messgrößen a , A (für Alice) und b , B (für Bob) zur Verfügung, die jeweils nur einen der Werte -1 oder 1 annehmen können. Falls es lokale verborgene Variablen gibt, haben diese vier Größen feststehende Wert, auch wenn diese unbekannt sein mögen. Nun können wir folgende Kombination von Messergebnissen betrachten:

$$f(A,B,a,b) = A(B + b) + a(B - b). \quad (1)$$

Einer der Terme in Klammer wird stets ± 2 , der andere 0 , unabhängig davon, welche Werte B und b im konkreten Fall annehmen. Da auch A und a nur die Werte ± 1 annehmen, ist $A(B + b) + a(B - b)$ stets entweder gleich -2 oder gleich 2 . Führt man nun mehrere solcher Messungen durch und bildet den Mittelwert, so ergibt sich ein Wert zwischen -2 und 2 . (Wie oft -2 und 2 auftreten, hängt von den Winkeleinstellungen der Polarisatoren ab.) Das gilt auch im Grenzfall unendlich vieler Messungen, sodass für den Erwartungswert (der im Text kurz als Korrelation bezeichnet wurde) gilt

$$\langle f(A,a,B,b) \rangle \leq 2. \quad (2)$$

Das ist die berühmte Bell-CHSH-Ungleichung. Sie ist in jeder lokal-realistischen Theorie erfüllt.

Was sagt nun die Quantenphysik dazu? Quantenmechanisch werden die Größen a , A , b und B nicht durch feststehende Zahlen beschrieben, sondern durch Operatoren (bzw. Matrizen). Wir gehen hier nichts ins mathematische Detail, sondern geben nur das Ergebnis der Berechnung an, wobei vorausgesetzt ist, dass sich die beiden Photonen in einem maximal verschränkten Zustand befinden. Die quantenmechanische Vorhersage lautet dann

$$\langle f(A,a,B,b) \rangle = \cos(\alpha_1 - \beta_1) + \cos(\alpha_1 - \beta_2) + \cos(\alpha_2 - \beta_1) - \cos(\alpha_2 - \beta_2). \quad (3)$$

Für manche Winkeleinstellungen ist die Bell-CHSH-Ungleichung (2) erfüllt, für manche ist sie verletzt. Die stärkste Verletzung erhält man für die von Bell „weird irish angles“ genannten Winkeleinstellungen $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$, $\beta_1 = 45^\circ$ und $\beta_2 = -45^\circ$. Mit diesen Werten ergibt sich

$$\langle f(A,a,B,b) \rangle = -3 \cos(45^\circ) + \cos(135^\circ) = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} > 2$$

und somit eine klare Verletzung von (2). Die Quantentheorie prognostiziert somit Ergebnisse, die in der klassischen Physik unmöglich sind. Die Bell-CHSH-Ungleichung ermöglicht es, in einem Experiment zu zeigen, dass die klassische Physik nicht ausreicht, die Natur zu beschreiben.

Infobox 2: Weitere Angebote der FH Technikum Wien

Unter <https://www.technikum-wien.at/quanten> findet sich eine Reihe von Informationen zu Quantentechnologien. So bietet eine dreiteilige Podcast-Serie Einblick in Grundlagen und Anwendungen von Quantencomputern, und in einem interaktiven Online-Spiel zur Quantenkryptographie kann man einen Quantenschlüssel austauschen oder versuchen, diese Kommunikation abzuhören.

Weiters bietet die FHTW Workshops für Schulklassen an, in denen je nach Vorwissen und Altersgruppe unterschiedliche Experimente und Konzepte aus den Quantentechnologien behandelt werden. Das reicht von elementaren Versuchen zur Polarisation über Superposition und Verschränkung bis hin zu Anwendungen in der Quantenkryptographie.

Literatur

- | | |
|---|---|
| <p>[1] https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/summary/ (zuletzt abgerufen am 30.5.2023)</p> <p>[2] Clauser, J. F., Horne, M. A., Shimony, A., & Holt, R. A. (1969). Proposed experiment to test local hidden-variable theories. <i>Physical review letters</i>, 23(15), 880.</p> <p>[3] Zeilinger, A (2005). <i>Einsteins Schleier</i>, Goldmann Verlag .</p> | <p>[4] Aspect A., Grangier P., Roger G., <i>Phys. Rev. Lett.</i>, 49 (1982) p.91: "Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen gedanken-experiment; a new violation of Bell's inequalities".</p> <p>[5] Michler, M., Mattle, K., Weinfurter, H., & Zeilinger, A. (1996). Interferometric Bell-state analysis. <i>Physical Review A</i>, 53(3), R1209.</p> <p>[6] https://qutools.com/qued/ (zuletzt abgerufen am 30.5.2023)</p> |
|---|---|

Erfahrungen aus dem Unterricht: Die Spiele-App „Katze Q – Ein Quanten-Adventure“



Brigitte Knaus

Immer wieder stellt sich für Physiklehrer:innen die Frage, wie man individuell die vielen interessierten Fragen von Schüler:innen altersgerecht beantworten kann. Die Welt der Quanten fasziniert auch besonders jüngere Schüler:innen im ersten Physiklernjahr: 12-Jährige, die in zahlreichen Sendungen auf moderne Entwicklungen, wie Quantencomputer und verschränkte Zustände aufmerksam werden und gerne genauer Bescheid wissen wollen. Nach einer solchen Anfrage war ich im Herbst 2022 froh, als Antwort darauf ein Escape-Spiel der anderen Art vorschlagen zu können: „Katze Q“.

Die Spiele-App „Katze Q – Ein Quanten-Adventure“ des Exzellenzclusters ct.qmat – Komplexität und Topologie in Quantenmaterialien der Universitäten Würzburg und Dresden wurde am 03. Juni 2022 mit dem GOLDENEN SPATZ DIGITAL und am 03. September 2022 mit dem Google Indie Games Award ausgezeichnet. Weitere Preise folgten.

Gratis Download im AppStore

App Icon © Philipp Stollenmayer/ct.qmat

In Zusammenarbeit mit App-Designer Philipp Stollenmayer wurde diese App entwickelt, um Kinder und Jugendliche ab elf Jahren spielerisch für Quantenphysik zu begeistern.



Nach meinem ersten Erfolgserlebnis mit diesem Smartphone-Spiel, lernte ich von den Schüler:innen, wie man solche Spiele am PC emuliert und dann in „groß“ spielen kann. Für ein kooperatives Spielen an der digitalen Tafel eignete sich Katze Q (english Version: Kitty Q) ganz besonders gut. Schüler:innen der

Oberstufe wollten bevorzugt die englische Version testen. Die 8. Klasse (12. Schulstufe) wurde 2023 zur Testklasse für mich mit der Spiele-App. Als Einstieg zur Wiederholung der Grundlagen der Beschreibung von Zufall wurde eine Unterrichtseinheit lang gemeinsam die Spiele-App erkundet und als freiwillige Aufgabe von der Hälfte der Gruppe fertig gespielt. Am Ende der 8. Klasse wurde die Spiele-App eingesetzt, um die Inhalte exemplarisch zu wiederholen und danach gemeinsam die Lösungen der einzelnen Aufgaben einander vorzustellen oder auf der digitalen Tafel gegeneinander zu spielen. Die Zugänge der 2. Klasse (12-Jährige) und 8. Klasse (18-Jährige) waren grundlegend verschieden (eingebrachte Zeit, Intensität der Lektüre der Kittypedia-Einträge, Lösungswege der einzelnen Aufgaben: von Trial & Error hin zu wohl physikalisch überlegten Strategien). Jedoch hatte ich in diesen Einheiten ausschließlich fröhliche Gesichter im Unterricht bemerken können. Die Begeisterung zeigte sich anhand von interessierten weiterführenden Fragen auch in der Abschlussklasse.

Kurzbeschreibung von Katze Q

Es warten mehr als 20 Rätsel auf Spieler:innen. Diese behandeln wissenschaftlichen Fakten aus der Quantenphysik wie zum Beispiel das Konzept des Zufalls, Donuts als „Wahrzeichen“ der topologischen Quantenphysik oder „kalte Chips“ für revolutionäre Quantencomputer. Zusätzlich wird ein populär aufbereitetes Hintergrundwissen als „Kittypedia-Artikel“ zur Verfügung gestellt.

Brigitte Knaus *Institut für Forschung und Entwicklung, KPH Wien/Krems, Physiklehrerin am Gymnasium St. Ursula in Wien*

Literatur

<https://katzeq.app> (abgerufen am 20.06.2023)

<https://www.ctqmat.de/de/news/2021-10-13-erlebe-die-total-verrueckte-quantenwelt-globales-release-der-spiele-app-katze-q> (abgerufen am 20.06.2023)

<https://www.kamibox.de/katzeQ-media> (abgerufen am 20.06.2023)

Weiterführende Links:

<https://cloudstore.zih.tu-dresden.de/index.php/s/a9yRDAXWYf59n4X> (abgerufen am 20.06.2023)

Quantum Penny Flip – Spielen mit dem Quantencomputer

Rainer Müller & Franziska Greinert

1. Einleitung

Die neuen Quantentechnologien finden derzeit große Beachtung in der Öffentlichkeit und den Medien. Auf besonderes Interesse stößt dabei die nachdrücklich vorangetriebene Entwicklung von Quantencomputern. In Zeitschriften und Internet-Newskanälen wird regelmäßig über die Fortschritte berichtet. Die hohe öffentliche Aufmerksamkeit zeigt, dass Quantencomputer als ein interessantes Thema empfunden werden. Wir wollen diese motivierende Wirkung für das Lernen der Quantenphysik nutzbar machen. Speziell möchten wir die Möglichkeiten nutzen, die sich durch den Zugang zu echten Quantencomputern bieten, den verschiedene Anbieter kostenlos zur Verfügung stellen.

Auf verschiedenen Plattformen (z. B. IBM Quantum [1] oder Quantum Inspire der TU Delft [2]) kann man sich für einen cloudbasierten Quantencomputer-Zugang registrieren und Quantenalgorithmen auf realer Quantenhardware erproben. Daneben gibt es benutzerfreundliche Simulatoren wie Quirk [3], [4] und Umgebungen mit teilweise umfangreichen Lernmaterialien, in denen man hardwarenahe Programmiersprachen erlernen kann (z. B. IBM Qiskit [5], Microsoft Q# [6] oder Google Cirq [7]). Regelmäßig kommen neue Anbieter und Ansätze dazu [8]. Eine Übersicht über frei zugängliche Quanten-Programmierbibliotheken und andere Angebote bietet die fortlaufend aktualisierte GitHub-Sammlung „Open-Source Quantum Software Projects“ [9].

Ein Vorteil des Zugangs zur Quantenphysik über die Quantentechnologien liegt darin, dass die hier betrachteten Systeme prinzipiell einfach sind. Qubits lassen sich als Zwei-Zustandssysteme beschreiben – es sind die einfachst denkbaren Quantensysteme. Auch die Polarisationsfreiheitsgrade von Licht, die in der Quantenkommunikation eine große Rolle spielen, lassen sich formal sehr einfach beschreiben. Als weiterer didaktischer Vorteil kommt dazu, dass die Quantentechnologien direkt an den nichtklassischen Merkmalen der Quantenphysik ansetzen – wichtige Themen wie Superposition, Messung und Verschränkung sind wesentlich für ihre Funktion. Die Physik, die den neuen Quantentechnologien zugrunde liegt, ist nicht neu: Es ist unverändert die gleiche Quantenphysik, die in den Zeiten von Heisenberg und Schrödinger entwickelt wurde. Aber ihre technische Anwendung in Quantencomputern, mit neuen Begriffen wie Qubits und Quantengattern, erlaubt einen neuen Zugang, neue Aufgabenstellungen und neue inhaltliche Schwerpunkte in der Lehre der Quantenphysik. In diesem Artikel möchten wir einen möglichst direkten und unkomplizierten Weg aufzeigen, Quantencomputer in

einem einführenden Kurs zur Quantenphysik zu nutzen. Die technischen Möglichkeiten dafür sind bereits gegeben: Die oben aufgeführten Plattformen geben Lernenden die Möglichkeit, mit echten Quantencomputern umzugehen und sie in intuitiv bedienbaren Entwicklungsumgebungen eigenständig zu programmieren.

Es gibt jedoch ein Hindernis bei diesem neuen und motivierenden Zugang zur Quantenphysik: Die etablierten Quantenalgorithmen sind kompliziert und bleiben deshalb für Lernende oft unverständlich. Um dieses Problem zu lösen, greifen wir auf einen Algorithmus zurück, der ein einfaches Problem löst und dabei einen Quantenvorteil bietet. Es handelt sich allerdings nicht um ein klassisches Problem aus der Informatik, sondern um ein simples Spiel, bei dem die Ausnutzung der Quantenphysik einen Gewinnvorteil bietet. Es heißt Quantum Penny Flip und wurde bereits 1999 von David A. Meyer vorgeschlagen [10]. Das Spiel lässt sich auf einfache Weise so umformulieren, dass es mit Quantengattern beschreibbar und damit auf einem Quantencomputer implementierbar ist.

Das „Quantum Penny Flip“-Spiel wurde bereits als Videospiel umgesetzt, einzeln [11], [12] oder in einer Kombination mit weiteren kleinen Quantenspielen [13]. Dabei steht jedoch das Spielen und Erleben der Quantenphänomene im Fokus, nicht die Umsetzung als Algorithmus auf einem Quantencomputer. Zudem müssen für die Videospiele Programme installiert werden, was für den Einsatz in der Lehre eine Hürde darstellen kann.

In diesem Artikel beschreiben wir, wie sich das „Quantum Penny Flip“-Spiel für einen Einstieg in die gatterbasierte Quantenprogrammierung nutzen lässt. Mit dem Spiel lässt sich eine Form der Quantenüberlegenheit einfach und überzeugend demonstrieren. Wir nutzen zur Umsetzung den Quantum Composer von IBM [14], der keine Installation erfordert. Die grafische Programmierumgebung lässt sich ohne Registrierung nutzen. Lediglich wenn ein realer Quantencomputers zur Ausführung des Algorithmus verwendet werden soll, ist ein kostenloser Account nötig.

Unsere Zielgruppe sind Studierende in Einführungskursen zur Quantenphysik und auch Schülerinnen und Schüler, die sich für das aktuelle Forschungsgebiet interessieren. Mathematische Voraussetzung ist ein elementares Verständnis des Dirac'schen Bra-Ket-Formalismus, von dem allerdings nur die einfachsten Grundlagen benötigt werden. Das Ziel ist, die Motivation und die Lernmöglichkeiten zu nutzen, die der Zugang zu einem

echten Quantencomputer mit sich bringt. Wir beschreiben im Folgenden den Quantum-Penny-Flip-Algorithmus und lernen bei seiner Umsetzung einige der wichtigsten Quantengatter kennen.

2. Ein einfacher Münzwurf-Algorithmus

Beim Quantum Penny Flip handelt es sich um ein Spiel mit zwei Teilnehmern, die abwechselnd eine Folge von Zügen ausführen. Ausgangssituation ist der klassische Münzwurf mit zwei Spielern (Alice und Bob): Eine Münze wird in die Luft geworfen. Wenn sie bei der Landung „Kopf“ zeigt, hat Alice gewonnen. Zeigt sie „Zahl“, hat Bob gewonnen. Um das Spiel anschlussfähig an den Quantenalgorithmus zu machen, formulieren wir die Regeln für die klassische Variante des Spiels etwas um:

1. Alice legt die Münze in einem Zustand ihrer Wahl (Kopf oder Zahl oben) in eine nicht einsehbare Kiste. Auch durch Ertasten ist nicht festzustellen, welche Seite oben liegt.
2. Bob greift in die Kiste und hat die Wahl, die Münze umzudrehen oder nicht. Alice kann nicht sehen, was er tut.
3. Alice greift in die Kiste und führt eine Operation ihrer Wahl durch (Umdrehen oder Nicht-Umdrehen).
4. Die Münze wird aufgedeckt und das Ergebnis abgelesen.

Wie in Abb. 1 gezeigt, haben wir das Spiel mit diesen Regeln schon in der klassischen Version nach dem Schema „Präparation – Wechselwirkung – Messung“ formuliert, das oft zur Beschreibung quantenmechanischer Prozesse verwendet wird [15]. Die die beiden Operationen von Alice und Bob in der Mitte von Abb. 1 sind hier die Wechselwirkung.

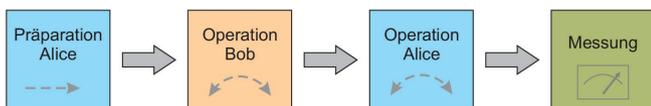


Abbildung 1: Das Spiel Quantum Penny Flip in dem Schema Präparation – Wechselwirkung – Messung.

Auch wenn die Rollen von Bob und Alice nicht ganz symmetrisch verteilt sind, ist es doch klar, dass es für keinen der beiden Spieler eine Gewinnstrategie gibt. Die Chancen sind gleich verteilt. Umso erstaunlicher ist es, dass es in der Quantenversion eine klare Gewinnstrategie für Alice gibt. Diese überraschende Existenz eines Quantenvorteils in einer so einfachen und übersichtlichen Situation möchten wir in unserem Zugang für didaktische Zwecke nutzbar machen. Unser Algorithmus verwendet nur ein einzelnes Qubit mit zwei Zuständen. Es handelt sich also um das einfachst denkbare Quantensystem.

3. Quantenversion des Algorithmus: Quantum Penny Flip

Die Quantenversion des Algorithmus läuft ganz gemäß den gerade aufgestellten Regeln ab. Der wesentliche Unterschied: An die Stelle der klassischen Münze tritt ein Qubit. Qubits sind

die kleinste Grundeinheit eines Quantencomputers. Sie werden durch zwei Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ beschrieben. Zur grundsätzlichen Diskussion von Quantenalgorithmus muss man über die physikalische Realisierung dieser Zustände zunächst nichts wissen. Es kann sich um Polarisationsfreiheitsgerade von Licht, um Hyperfeinzustände von gefangenen Ionen oder um Elektronenzustände in Supraleitern handeln – wir können zunächst davon abstrahieren. Die Anforderungen an die physikalische Realisierung von Qubits, von denen hier hauptsächlich die Existenz langlebiger Überlagerungszustände relevant ist, wurde von DiVincenzo in einem Satz von fünf Kriterien zusammengefasst [16].

Für unser Spiel nehmen wir an, dass Bob auf die Operationen beschränkt ist, die auch in der klassischen Physik möglich sind. Die Auswahl ist für ihn klein: Er kann die Münze umdrehen oder nicht umdrehen. In der Informatik wird das „Umdrehen“ eines Bits durch ein NOT-Gatter beschrieben, das 0 und 1 vertauscht. Im Quantencomputing tritt an dessen Stelle das Pauli-X-Gatter, das unten näher erläutert wird. Das Nicht-Umdrehen wird durch die Identität $\mathbb{1}$ beschrieben.

Anders als Bob kennt Alice die Gesetze der Quantenphysik und kann an dem Qubit alle denkbaren Quantenoperationen vornehmen. Um dies zu diskutieren, müssen wir das Qubit und die daran vorgenommenen Operationen in der Sprache der Quantenphysik beschreiben. Es gibt dazu drei Möglichkeiten: (1) im Diracschen Bra-Ket-Formalismus, (2) durch Vektoren mit zwei Komponenten, die Gatteroperationen werden dann durch 2×2 -Matrizen beschrieben, und (3) geometrisch mit Hilfe der Blochkugel [17]. Alle drei Wege sind leicht gangbar; in dieser Arbeit wählen wir den ersten Zugang.

Die orthogonalen Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ des Qubits lassen sich zum allgemeinen Zustand

$$|\psi\rangle = a |0\rangle + \beta |1\rangle$$

überlagern. Dabei sind a und β komplexe Koeffizienten mit $|a|^2 + |\beta|^2 = 1$. Im Quantencomputing wird generell angenommen, dass jedes Qubit zu Beginn im Zustand $|0\rangle$ präpariert ist.

4. Qubit-Operationen

Nach dem Vorbild der klassischen Informatik werden Operationen an Qubits durch Gatter beschrieben. Sie beschreiben wohldefinierte Aktionen, die den Zustand eines Qubits auf gezielte Weise verändern. Physikalisch geschieht das zum Beispiel durch Mikrowellenpulse von bestimmter Dauer und Feldstärke. Die Beschreibung durch Quantengatter abstrahiert von der konkreten physikalischen Realisierung.

Für den Quantum-Penny-Flip-Algorithmus sind die in Abb. 2 dargestellten Gatter relevant. Neben der Identitäts-Operation $\mathbb{1}$, die keine Änderung am Zustand vornimmt, sind es das quantenmechanische NOT-Gatter (das, wie schon erwähnt, auch als Pauli-X-Gatter bezeichnet wird) und das Hadamard-Gatter. Weiterführende Informationen zu Quantengattern findet man

in Büchern zum Quantencomputing (wie [17]) und zahlreichen Webseiten (z. B. [18]).

Identität	in — $\boxed{\mathbb{1}}$ — out	<table border="1"> <tr><th>in</th><th>out</th></tr> <tr><td> 0⟩</td><td> 0⟩</td></tr> <tr><td> 1⟩</td><td> 1⟩</td></tr> </table>	in	out	0⟩	0⟩	1⟩	1⟩
in	out							
0⟩	0⟩							
1⟩	1⟩							
Pauli-X	in — \boxed{X} — out	<table border="1"> <tr><th>in</th><th>out</th></tr> <tr><td> 0⟩</td><td> 1⟩</td></tr> <tr><td> 1⟩</td><td> 0⟩</td></tr> </table>	in	out	0⟩	1⟩	1⟩	0⟩
in	out							
0⟩	1⟩							
1⟩	0⟩							
Hadamard	in — \boxed{H} — out	<table border="1"> <tr><th>in</th><th>out</th></tr> <tr><td> 0⟩</td><td>$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$</td></tr> <tr><td> 1⟩</td><td>$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$</td></tr> </table>	in	out	0⟩	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$	1⟩	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$
in	out							
0⟩	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$							
1⟩	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$							

Abbildung 2: Die für den Quantum-Penny-Flip-Algorithmus benötigten Quantengatter.

Pauli-X-Gatter: Das Pauli-X-Gatter wandelt den Basiszustand |0⟩ in |1⟩ um und umgekehrt den Basiszustand |1⟩ in |0⟩. Es beschreibt somit das Umdrehen der Münze. In Dirac-Notation wird es durch den Ausdruck

$$X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$$

dargestellt. Wir überprüfen, dass sich das Gatter gemäß der Wahrheitstabelle in Abb. 2 verhält, indem wir es zum Beispiel auf den Basiszustand |0⟩ anwenden. Es ergibt sich:

$$|0\rangle = [|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|] |0\rangle = |1\rangle$$

Das formale Ausmultiplizieren der eckigen Klammern führt zu den beiden Skalarprodukten $\langle 1|0\rangle = 0$ und $\langle 0|0\rangle = 1$. Wenn wir dies einsetzen, erhalten wir wie erwartet:

$$X|0\rangle = |0\rangle\langle 1|0\rangle + |1\rangle\langle 0|0\rangle = |1\rangle$$

Analog ergibt sich bei Anwendung von X auf den Basisvektor |1⟩:

$$X|1\rangle = [|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|] |1\rangle = |0\rangle\langle 1|1\rangle + |1\rangle\langle 0|1\rangle = |0\rangle$$

Der Operator X wirkt also auf die Basisvektoren so wie in der Wahrheitstabelle in Abb. 2 dargestellt. Anders als das klassische NOT-Gatter ist das Pauli-X-Gatter auch für quantenmechanische Überlagerungszustände definiert. Das Ergebnis folgt unmittelbar aus der Linearität der Operation. Wenn $|\psi_{in}\rangle = a|0\rangle + \beta|1\rangle$ ist, dann ist:

$$|\psi_{out}\rangle = X|\psi_{in}\rangle = a|1\rangle + \beta|0\rangle$$

Hadamard-Gatter: Das Hadamard-Gatter H überführt die Basiszustände |0⟩ und |1⟩ in Überlagerungszustände:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad \text{bzw.} \quad H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

Es ist eines der in Quantenalgorithmen am häufigsten verwendeten Gatter, denn es erzeugt Überlagerungszustände. Sie sind das kennzeichnende Merkmal von Quantencomputern und bilden die Voraussetzung für das Ausnutzen des Quantenvorteils. Es wird daher meist schon ganz am Anfang eines Quantenalgorithmus eingesetzt.

In Dirac-Notation lautet der Ausdruck für das Hadamard-Gatter wie folgt:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 1|]$$

Die Wirkung auf die Basiszustände lässt sich in gleicher Weise wie beim X-Gatter überprüfen. Mit diesen beiden Quantengattern, die auch für komplexere Algorithmen wichtig sind, können wir den Gewinn-Algorithmus beim Quantum Penny Flip diskutieren.

5. Die Gewinnstrategie beim Quantum Penny Flip

Wir hatten schon erwähnt, dass Alice in der Quantenversion des Spiels alle Quantengatter benutzen darf. Das können wir nun präzisieren: Ihr steht insbesondere das Hadamard-Gatter zur Verfügung. Bob bleibt weiterhin nur die Wahl zwischen Umdrehen (entspricht Gatter X) oder Nichtumdrehen (entspricht Gatter $\mathbb{1}$). Die Gewinnstrategie von Alice beim Quantum Penny Flip lässt sich ganz einfach formulieren: Immer wenn sie an der Reihe ist, führt sie die Operation H an der Münze durch. Wenn sie dieser Strategie folgt, gewinnt sie – egal was Bob tut.

Abb. 3 zeigt die Abfolge der möglichen Qubit-Operationen. Zu Beginn wird das Qubit im Zustand |0⟩ präpariert. Wie zuvor ist zuerst Alice an der Reihe, dann Bob, dann wieder Alice. Wenn Alice ihrer Gewinnstrategie folgt und immer H einsetzt, gibt es zwei Möglichkeiten für den Spielverlauf: Bob kann die Münze umdrehen (Operation X) oder nicht (Operation $\mathbb{1}$). Mit den zuvor angegebenen expliziten Ausdrücken für die Quantengatter können wir das Ergebnis in beiden Fällen bestimmen.

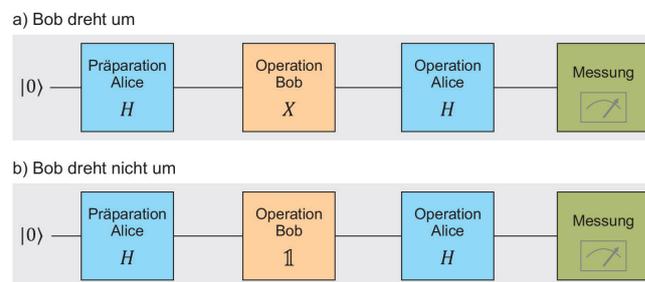


Abbildung 3: Die Abfolge der möglichen Qubit-Operationen beim Quantum Penny Flip.

Fall a) Bob dreht um

Für den ersten Fall (Bob dreht um) ergibt sich der Endzustand des Qubits $|\psi_{out}\rangle$ durch die aufeinanderfolgende Anwendung der Operatoren H, X und H auf den Anfangszustand $|\psi_{in}\rangle = |0\rangle$:

$$|\psi_{out}\rangle = H X H |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 1|] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 1|]$$

Das Ausmultiplizieren der Terme wird erleichtert, wenn man $\langle 0|1\rangle = 0$ berücksichtigt und die entsprechenden Terme erst gar nicht aufschreibt. Auf diese Weise ergibt sich recht schnell:

$$|\psi_{out}\rangle = [|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|] |0\rangle = |0\rangle$$

Es ergibt sich also |0⟩ = Kopf, und Alice hat gewonnen.

Fall b) Bob dreht nicht um

Die zweite Möglichkeit (Bob dreht nicht um) ist noch einfacher zu behandeln. Da der Einheitsoperator $\mathbb{1} = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|$ das Nichts-Tun repräsentiert, hat seine Anwesenheit keinen Einfluss auf das Endergebnis. Auf das Qubit wirken also zwei H-Gatter hintereinander.

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = H\mathbb{1}H|0\rangle = HH|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 1|] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 1|]|0\rangle$$

Die Berechnung erfolgt nach dem gleichen Schema wie oben, und wir finden:

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = [|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|]|0\rangle.$$

Die zweimalige Anwendung des Hadamard-Gatter führt wieder zum Ausgangszustand zurück. Das Hadamard-Gatter ist sein eigenes Inverses. Als Ergebnis tritt auch in diesem Fall Kopf auf, und wieder hat Alice gewonnen.

Insgesamt haben wir also eine sichere Gewinnstrategie für Alice gefunden. Einerlei, was Bob tut – umdrehen oder nicht umdrehen: Sofern Alice bei beiden Zügen das Hadamard-Gatter anwendet, kann sie nicht verlieren. Das ist ein augenfälliger Unterschied zur klassischen Spielvariante, wo für keinen der beiden Spieler eine Gewinnstrategie existiert.

Es ist aufschlussreich, den quantenmechanischen Hintergrund dieses Erfolges aufzudecken: Superpositionszustände sind ein Charakteristikum von Quantenzuständen, das sie von der klassischen Physik unterscheidet. Der durch Anwendung des Hadamard-Gatters erzeugte Überlagerungszustand $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ ist invariant gegenüber der Vertauschung von $|0\rangle$ und $|1\rangle$ – also gegenüber der Anwendung des X-Gatters. Das Ausnutzen von dieser Eigenschaft des Superpositionszustands ist entscheidend für den Erfolg von Alice und bildet die Basis für ihre Gewinnstrategie.

6. Implementation auf einem echten Quantencomputer

Zur Implementation des Quantum-Penny-Flip-Algorithmus nutzen wir den Quantum Composer von IBM [14]. Die Programmierung erfolgt hier grafisch mit Symbolen für die Quantengatter (oben in Abb. 4). Die einzelnen Qubits werden durch horizontale Linien dargestellt, die mit q_0, q_1, \dots beschriftet sind (im vorliegenden Fall benötigen wir nur ein Qubit q_0). Die verschiedenen Gatter können auf diesen „Drähten“ per drag-and-drop platziert werden. Für jedes Qubit wird der Anfangszustand $|0\rangle$ angenommen.

Für Lernende ist es vielleicht zunächst verwirrend, dass der Algorithmus in der grafischen Darstellung von links nach rechts gelesen wird, während die Reihenfolge der Operatoren im im Bra-Ket-Formalismus umgekehrt ist. Beispielsweise werden die

Operationen $|\psi_0\rangle = XH|0\rangle$ in der grafischen Darstellung durch q_0 -  -  dargestellt.

Die abschließende Messung am Qubit, mit der das Endergebnis ausgelesen wird, muss im Quantum Composer explizit angegeben werden. Sie wird durch ein stilisiertes Messgerät symbolisiert und kann ebenso wie die Gatter platziert werden. Zur Speicherung des Messergebnisses dient das zusätzliche klassische Bit, das durch eine horizontale Doppellinie dargestellt wird (in Abb. 4 mit c_1 bezeichnet).

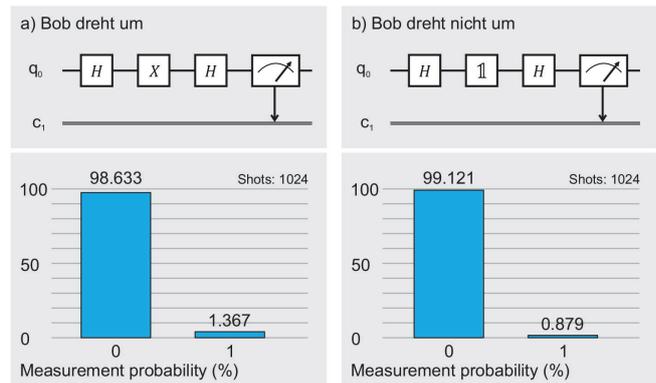


Abbildung 4: Ergebnis der Berechnung auf einem Quantencomputer. Das klassische Bit c_1 enthält am Ende das Ergebnis der Quantenmessung am Qubit q_0 .

Die symbolische Darstellung der Programmierung für die beiden Fälle unseres Spiels ist in Abb. 4 oben gezeigt. Im Quantum Composer werden der simulierte Zustandsvektor und die simulierten Messergebnisse unmittelbar angezeigt. Man kann aber die Berechnung auch von einem echten Quantencomputer durchführen lassen. Unten in Abb. 4 sind die Ergebnisse einer solchen Berechnung dargestellt. Aufgrund von Dekohärenz sind die Effekte rauschbehaftet, so dass bei der Messung nicht immer das erwartete Ergebnis gefunden wird. Deshalb wurden für jeden der beiden Fälle 1024 Durchläufe durchgeführt. Das Resultat bestätigt die Gewinnstrategie für Alice: Abgesehen vom Rauschen ergibt sich in allen Fällen bei der Messung am Qubit q_0 der Output 0 (= Kopf).

An den Ergebnissen ist auch zu erkennen, dass jede Bitoperation mit zusätzlichem Rauschen verbunden ist. Wenn Bob umdreht, müssen drei Operationen am Qubit durchgeführt werden, beim Nicht-Umdrehen nur zwei (Gatter $\mathbb{1}$ = Nichts-Tun). An den Zahlenwerten in Abb. 4 lässt sich ablesen, dass im ersten Fall die Abweichung vom theoretisch erwarteten Ergebnis größer ist als im zweiten.

Rainer Müller Technische Universität Braunschweig, Institut für Fachdidaktik der Naturwissenschaften, Physik und Physikdidaktik
 Franziska Greinert Technische Universität Braunschweig, Institut für Fachdidaktik der Naturwissenschaften, Physik und Physikdidaktik

Einzelphotonen am Doppelspalt

Wahrscheinlichkeit, Superposition und Interferenz, Bausteine einer Einführung in die Quantenphysik

Rüdiger Scholz

Einführung

Die Vergabe des Physik-Nobelpreises 2022 an Anton Zeilinger, Alain Aspect und John Clauser unterstreicht die ideengeschichtliche Bedeutung der Quantenphysik und liefert eine solide Rückenstärkung für eine Perspektive, die den quantentheoretischen Formalismus (der seit 100 Jahren unverändert geblieben ist!) konsequent auf Einzelquanten anwendet, Quantenphysik aus dem Kuriositätenkabinett naturwissenschaftlicher Forschung befreit und stattdessen vormals als undurchschaubar klassifizierte nichtklassische Phänomene, wie die Verschränkung, einer technisch-wissenschaftlichen Anwendung zuführt, bis hin zur industriell-kommerziellen Nutzung. Um das zu erreichen, helfen keine Begriffssysteme und Modelle, die Unterschiede zwischen klassischer Physik und Quantenphysik verschleiern. Aber auch wenn viele Rätsel der frühen Quantenphysik in der Physik-Community als wissenschaftlich gelöst gelten, bleibt eine didaktische Aufgabe ungelöst: Quantentheoretische Interpretationen von experimentellen Phänomenen ohne klassische Anleihen sind unseren klassischen Denkmustern kaum zugänglich – mit direkten Konsequenzen für den Unterricht. Durch eine strenge Auswahl der verwendeten Begriffe und eine entsprechende Sprachhygiene sollte vermieden werden, dass Argumentationslinien zu dicht an klassische Welle-Teilchen-Muster rücken. Der Welle-Teilchen-Dualismus selbst wird damit zum begrifflich-argumentativen Sperrgebiet. Der vorliegende Beitrag diskutiert am Doppelspaltexperiment *Zustandspräparation* und *-detektion*, *Superposition*, *Detektionswahrscheinlichkeit* und *Komplementarität* mit dem Ziel, ein *quantum reasoning* zu demonstrieren, das möglichst frei von klassischen Anleihen ist, einen theoriekonsistenten Anschluss an universitäre Konzepte zulässt und sich durch direkten Bezug zu den Bildungsstandards um Schulgemäßheit bemüht.

1. Anforderungen vonseiten des Unterrichts und der Lehre

In Deutschland und Österreich machen Bildungsstandards Vorgaben für die einzelnen Lehrpläne. Diese Standards bilden den Ausgangspunkt der Überlegungen.

Deutschland: Inhaltsbereich Quantenphysik:

- Stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und **Superposition**, Determiniertheit der Zufallsverteilung, **Komplementarität** (stochastische Deutung mittels des Quadrats der quantenmechanischen Wellenfunktion (qualitativ)

- Zusammenhänge der Größen **Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge** zur Beschreibung von Quantenobjekten (**Ort-Impuls-Unbestimmtheit**)
- quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus, Koinzidenzmethode zum Nachweis einzelner Photonen)

Österreich: Bildungsplan Physik – Synopse der Bildungsstandards; Kl. 11/12

Im Bereich 13 (Modellvorstellungen und Weltbilder), den grundlegenden Gedanken der Quanten- und Atomphysik, Untersuchungsmethoden und erkenntnistheoretische Aspekte formulieren:

Merkmale und Verhalten von Quantenobjekten:

- Interferenzfähigkeit (**Superposition** der Möglichkeiten),
- stochastisches Verhalten,
- Verhalten beim Messprozess
- **Komplementarität**
- Nichtlokalität

Fett markiert sind Begriffe und Konzepte, die den Inhalt neuer Quantenphysik-Kurse und Konzepte für die Sekundarstufen wesentlich prägen. In einem Fall treten sie als *Wesenszüge* der Quantenphysik auf [1]. In gewisser Hinsicht komplementär dazu werden in einem anderen Vorschlag, weniger weit ausgearbeitet, diese Konzepte als zentrale Bestandteile eines *quantum reasoning* für die erfolgreiche Interpretation eines quantenoptischen Schlüsselexperimentes eingeführt [2]. Auch die Beispiele [3, 4] beruhen darauf, dass von Beginn des Unterrichts an Experimente, technische Anwendungen oder Simulationen die Entwicklung der Begriffssysteme und Konzepte stützen und vor allem die Abweichung der Quantenphänomene von den klassischen Erwartungen für die Lernenden direkt erfahrbar machen. Die oben genannten Begriffe und Konzepte finden natürlich auch in diesem Beitrag prominente Berücksichtigung

2. Schwingungsmoden quantisierter Strahlungsfelder: Photonen

Für die Quantisierung des Strahlungsfeldes wird das Konzept der Quantisierung dynamischer Größen auf elektromagnetische Felder übertragen (die sog. 2. Quantisierung). Als Konsequenz treten nicht weiter teilbare Elementarmoden auf, die als Photonen bezeichnet werden [5].

„Photonen sind Quanten einer einzigen (monochromatischen) Eigenschwingung und sind nicht bei einem gegebenen Ort oder zu einer gegebenen Zeit im Hohlraum lokalisiert als Bälle, sondern dehnen sich über den ganzen Hohlraum aus. In der Tat wurde eine befriedigende Quantentheorie der Photonen als Teilchen bisher noch nicht entwickelt. Andererseits aber scheint es, daß die Quantentheorie der Strahlung eine breite Klasse von Vorgängen überaus zufrieden stellend beschreibt und daß es überhaupt keinen triftigen Grund gibt, die Teilchentheorie der Photonen einzuführen.“ [6]

Photonen – Ein Steckbrief

- Die Erwartungswerte von Energie und Impuls des quantisierten Feldes hängen linear mit der Anzahl N angeregter Schwingungsmoden (Quantenzahl der Mode) zusammen:

$$\langle W \rangle_N = h \cdot f \left(N + \frac{1}{2} \right); \langle \vec{p} \rangle_N = \frac{h}{\lambda} \left(N + \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

- Ändert sich N um 1, dann ändert sich die Feldenergie um $h \cdot f$ und der Feldimpuls um h / λ . Diese elementaren Quanten werden **Photonen** genannt. Im Grundzustand enthält die Feldmode kein Photon ($N = 0$ in Gl. (1)). Die Zustandsenergie ist $\langle W \rangle_0 = h \cdot f \left(0 + \frac{1}{2} \right)$. Dieser Zustand ohne Photonen wird auch als Vakuumzustand bezeichnet. $N = 1$ liefert einen Einzelphotonzustand.
- Energie W , Impuls \vec{p} und Polarisation \vec{e} eines Photons können zugleich präzise definiert sein. Photonen mit identischen Merkmalen W , \vec{p} und \vec{e} sind **nicht unterscheidbar**. Die Phase der freien Feldmode ist $\chi(t, \vec{r}) = 2\pi(W \cdot t - \vec{p} \cdot \vec{r}) / h + \varphi$. Dabei ist t die Zeit, \vec{r} der Ort der Detektion und \vec{p} ist der Impuls der Mode. Optische Bauelemente bewirken Phasenverschiebungen φ . Spalte führen durch räumliche Einschränkungen zu Impulsunschärfen (HEISENBERGSche Unschärferelation).

Thermisches Licht Die Beschreibung realer Lichtfelder mithilfe von Photonen ist möglich, wenn die Modenstruktur nicht zu komplex ist. Thermische Lichtfelder sind eine zufällige Mischung von sehr vielen Moden mit einer breiten Wahrscheinlichkeitsverteilung. Eine einfache Beschreibung durch Photonen ist nicht möglich.

Laser Besetzt eine bestimmte mittlere Photonenzahl $\langle N \rangle$ die Gesamtmode des Lichtfeldes, ist die Bestrahlungsstärke umso größer, je größer $\langle N \rangle$ ist. Der Zustand $|N\rangle$ beschreibt eine Lichtmode mit genau N Photonen (Anzahl- oder auch FOCK-Zustände nach W. A. FOCK, russischer Quantenphysiker, gest. 1974). Laserlicht hat keine eindeutige Photonenzahl N , sondern ist eine Überlagerung von unendlich vielen Anzahlzuständen $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots, |N\rangle, \dots$ Die mittlere Photonenzahl $\langle N \rangle$, ihre Varianz $\text{var}(N)$, und die Schwingungsphase sind jedoch wohlbestimmt (kohärentes Licht).

Abschwächen von Laserlicht liefert keine Einzelphotonen, denn die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als ein oder kein Photon die Lasermode besetzt, ist auch bei $\langle N \rangle = 1$ groß (kein Photon-Anti-Bunching [7, 8]). Ursache ist die besondere Statistik

der Fluktuationen von Laserlicht. Es gilt die Poissonstatistik mit $\text{var}(N) = \langle N \rangle$. Es gibt aber Lichtquellen, bei denen die Fluoreszenzlichtmode mit gepaarten Photonen, sog. Bi-Photonen, besetzt ist, jedes mit einer anderen Impulsrichtung [8, 9, 10]. Eines dieser Photonen „warnt“ im Experiment, dass das andere Photon verfügbar ist. Der Nachweis der Unteilbarkeit dieser Elementarmode im Strahlteiler zeigt das nicht-klassische Verhalten einzelner Photonen [10]. Das experimentelle Interesse an Einzelphotonen ist groß [11].

Lichtpulse Lichtpulse („Wellenpakete“) stellen eine direkt messbare raum-zeitliche Struktur der Feldmoden dar, in extremer Form als ultrakurze Lichtpulse (Femtosekunden!). Eine entsprechende Lokalisierung einer photonischen Zustandsfunktion ist damit jedoch nur sehr eingeschränkt möglich. Will man Photonen, wie oben eingeführt, als Anregungsquanten auch für Lichtpulse verwenden, müssen die optische Trägerfrequenz f_0 des Pulses und damit die Photonenenergie $h \cdot f_0$ gut definiert sein. Die Bandbreite des Pulses muss dazu deutlich kleiner als f_0 sein. Photonen eignen sich zur Modenbeschreibung also nur, wenn die Pulsdauer ΔT sehr viel größer ist als $1/f_0, \Delta T \cdot f_0 \gg 1$.

Kritische Anmerkungen zu „Sprachhygiene“

Sargent/Scully/Lamb plädieren dafür, Photonen nicht als *Lichtkorpuskeln* auszuzeichnen. Die Zuordnung zur Teilchen-domäne ist theoretisch nicht gestützt [6]. Die Lokalisierung von Photonen in der Raumzeit, die Diskussion von „Wegen“, die Photonen im Interferometer nehmen, und ihrer Fluggeschwindigkeit sind eng mit dem Korpuskelbild verknüpft und umstritten, ohne, dass eine einfache Lösung auf der Hand läge. Dem Photon darüber hinaus Dualität, also Merkmale diskreter Teilchen und kontinuierlicher Wellen zuzuschreiben, ist verlockend (weil Experimente eine solche Deutung scheinbar nahelegen) aber irreführend (weil innere Widersprüche auftreten) [12].

Exkurs: Zustand, Superposition und Wahrscheinlichkeit in der Quantentheorie

Die Feststellung „Ein physikalisches System befindet sich in einem bestimmten Zustand. Verschiedene Größen O_1, O_2, \dots sind beobachtbar und können durch Messung bestimmt werden.“ übersetzt sich in die Quantenphysik auf besondere Weise. Dem System entspricht eine Vektormenge in einem Vektorraum (der sog. Hilbertraum). Jeder Zustand wird vollständig durch einen Vektor (eine Zustandsfunktion) $|\psi\rangle$ festgelegt und kann in einer Vektorbasis dargestellt werden. Beobachtbaren Größen (z. B. die Anzahl der Photonen) entsprechen Operatoren, die auf Zustandsfunktionen wirken und so die Werte der Größen aus den Zustandsfunktionen „freilegen“. Eindeutig, also $\hat{O}_1|\psi\rangle = o_1|\psi\rangle$, funktioniert das, wenn $|\psi\rangle$ eine Eigenfunktion von \hat{O}_1 ist, andernfalls erhält man eine Wahrscheinlichkeit dafür o_1 zu messen. $\langle \varphi | \psi \rangle$ ist das Skalarprodukt zwischen den Vektoren $|\psi\rangle$ und $|\varphi\rangle$. Basiszustände sind orthonormal: $\langle \psi_1 | \psi_1 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_2 \rangle = 1; \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle = 0$.

Das **Superpositionsprinzip** der Quantentheorie besagt, dass mit zwei Zuständen $|\psi_1\rangle$ und $|\psi_2\rangle$ auch ihre Superposition (Überlagerung) $|\psi\rangle = c_1 \cdot |\psi_1\rangle + c_2 \cdot |\psi_2\rangle$ ein Systemzustand ist: Liegt ein Einzelphotonzustand als Superpositionszustand $c_1 |\psi_1\rangle + c_2 |\psi_2\rangle$ vor, kann diese Superposition durch Quanteninterferenz zwischen den überlagerten Zuständen $|\psi_1\rangle$ und $|\psi_2\rangle$ aufgedeckt werden. So ist die Behauptung von Dirac zu verstehen, das Einzelphoton würde mit sich selbst interferieren.

BORN'sche Regel: Aus den Zustandsfunktionen $|\psi\rangle$ erhält man die **Wahrscheinlichkeitsdichte** p dafür, dass sich das System in einem ausgewählten Zustand $|\psi_i\rangle$ befindet durch das Betragsquadrat des Skalarprodukts:
 $p(\psi_i) = |\langle\psi_i|\psi\rangle|^2 = |\langle\psi_i|c_1\psi_1 + c_2\psi_2\rangle|^2 = |c_1\langle\psi_i|\psi_1\rangle + c_2\langle\psi_i|\psi_2\rangle|^2 = |c_1|^2$
 Aus diesem Grunde werden die Zustandsfunktionen auch als **Wahrscheinlichkeitsamplituden** bezeichnet.

3. Einzelphotonen im Doppelspaltversuch

3.1 Zustandspräparation

Abb. 1 zeigt das Prinzip des Doppelspaltversuchs mit Einzelphotonen. Für die Darstellung wurden die Parameter eines Experimentes übernommen, das die Modulation der Detektionswahrscheinlichkeit eindrucksvoll bestätigt [13]. Ein Detektorarray (z. B. ein CCD-Chip) registriert die Treffer für unterschiedliche Detektorpositionen: Die Zählrate zeigt Modulationen als Funktion des Abstands des Pixels von der Mittelachse (rote Kurve in Abb. 1 unten links). Platziert man direkt vor die Spalte Polfilter-Folien, so verschwindet dieses Phänomen, wenn die Polarisationsrichtungen orthogonal sind (Abb. 1 unten rechts). Während Intensitätsmodulationen dieser Art beim Young'schen Doppelspaltversuch ein Standardphänomen zum Nachweis der Welleneigenschaft von Licht sind und die Erklärung mit dem Modell der elektromagnetischen Welle auch in der Schule keine prinzipiellen Probleme aufwirft, ist das gezeigte Experiment mit Einzelphotonen klassisch nicht erklärbar. Das überrascht allerdings nicht, denn Einzelphoton-Lichtmoden sind keine klassischen Moden. Problematisch wird es allerdings, wenn versucht wird, auch hier mit Begriffen der klassischen Optik zum Ziel zu kommen. In diesem Beitrag wird eine Erklärung entwickelt, die lediglich quantentheoretische Begriffe in (weitgehend) schulgemäßigem Umfang verwendet.

Das System aus Quelle und Spalten präpariert die Zustandsfunktion $|\psi_0(y)\rangle$. Wenn keiner der Spalte bevorzugt wird, ist $|\psi_0(y)\rangle$ anschaulich aus den Einzelspalt-Zustandsfunktionen

$|\psi_1(y)\rangle$ und $|\psi_2(y)\rangle$ konstruierbar (eine formal rigorose Herleitung finden Sie im Zusatzmaterial):

(1) Die Superposition ist symmetrisch:

$$|\psi_0(y)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_1(y)\rangle + |\psi_2(y)\rangle). \tag{2}$$

(2) Die Spalte erzeugen keine Phasenverschiebungen. $|\psi_1(y)\rangle$ und $|\psi_2(y)\rangle$ sind damit gleichphasig; ihre Phase kann willkürlich gleich 1 gesetzt werden (3-Uhr-Position der Zeiger, s. u.). Nach der BORN'schen Regel liefern die Zustandsfunktionen die Wahrscheinlichkeitsdichten für den Durchtritt durch die Spalte:

$$p_1(y) = \|\psi_1(y)\|^2; p_2(y) = \|\psi_2(y)\|^2. \tag{3}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten $p_1(y)$ und $p_2(y)$ sind in der Spaltebene symmetrisch um die Spaltmitten y_1 bzw. y_2 , sie überlappen nicht, ihre Breite ist durch Spaltbreite b definiert.

(3) Über die Spaltbreite sind die Wahrscheinlichkeitsdichten $p_1(y)$ und $p_2(y)$ konstant und, bis auf die unterschiedlichen Mittenlagen y_1 und y_2 , gleich, $p(y)$. Mit Gl. (3) ergeben sich wegen der einfachen Phasenfestlegung daraus direkt die Zustandsfunktionen (Abb. 2). Weitere Merkmale, wie eine Polarisationsrichtung, lassen sich ggf. durch zusätzliche Faktoren $|\alpha_1\rangle$ bzw. $|\alpha_2\rangle$ einbauen:

$$|\psi_1(y)\rangle \rightarrow |\psi_1(y)\rangle|\alpha_1\rangle; |\psi_2(y)\rangle \rightarrow |\psi_2(y)\rangle|\alpha_2\rangle. \tag{4}$$

Die Wahrscheinlichkeit $P_1(y)$, dass Licht durch Spalt 1 fällt, ist proportional zur jeweiligen Wahrscheinlichkeitsdichte. Man achte hier auf den Unterschied zwischen $p(y)$ mit geradem p für die Wahrscheinlichkeitsdichte und p_y mit kursivem p für die y -Komponente des Impulses.

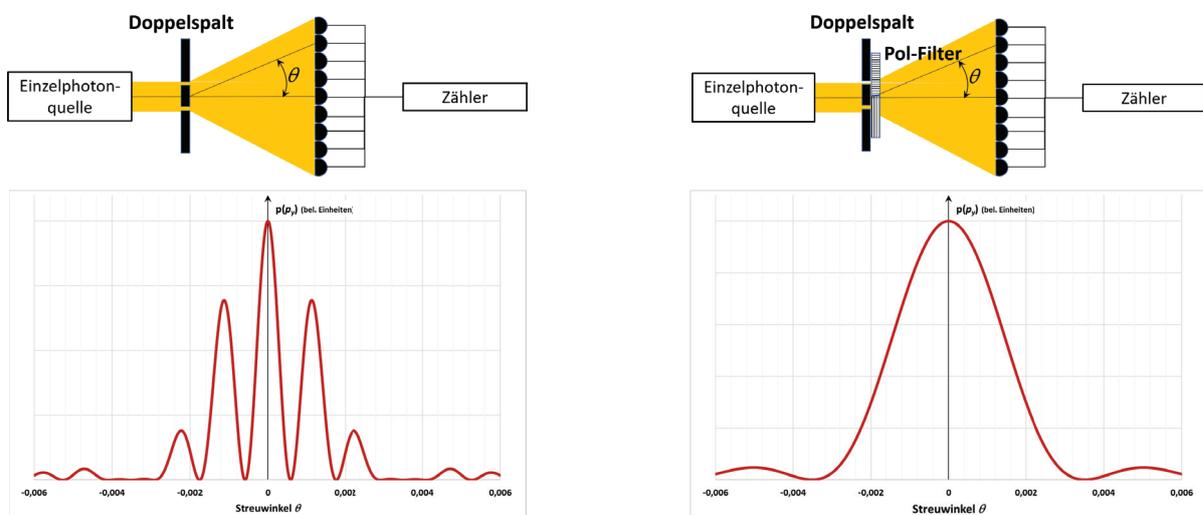


Abbildung 1: Einzelphotonzustände am Doppelspalt; o. l. ohne Zustandsmarkierung durch Polarisatoren, o. r. mit; u. l. und u. r. die zugehörigen erwarteten Messergebnisse. Experimentalparameter: $(\lambda = 702 \text{ nm}; \text{Spaltbreite } b = 200 \mu\text{m}; \text{Spaltabstand } 600 \mu\text{m}, \text{ Abstand zwischen Doppelspalt und Detektorarray } L = 1 \text{ m})$.

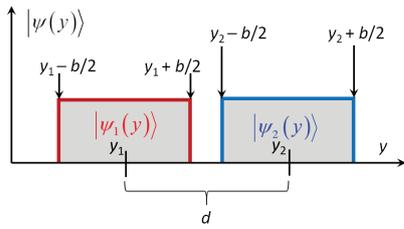


Abbildung 2: Zustandsfunktionen am Doppelspalt; Spaltabstand d , Spaltbreite b

$$|\psi_1(y)\rangle = \begin{cases} \sqrt{p(y)} & ; y \text{ im Intervall der Breite } b \text{ um } y_1 \\ 0 & \text{überall sonst} \end{cases}$$

$$|\psi_2(y)\rangle = \begin{cases} \sqrt{p(y)} & ; y \text{ im Intervall der Breite } b \text{ um } y_2 \\ 0 & \text{überall sonst} \end{cases}$$

3.2 Zustandsdetektion: Einzelspalt

Die Anordnung Quelle + Doppelspalt wird jetzt um die Detektoren auf dem Array ergänzt (Abb. 3). Gemessen wird die Klickwahrscheinlichkeit für einen Detektor in Richtung des Winkels θ , als Funktion von θ . Im ersten Schritt wird Spalt 2 blockiert.

Zur Begründung der Messvorschrift (s. Abb. 3): Nach der HEISENBERGSchen Unschärferelation $\Delta p_y \cdot \Delta y \geq \hbar / 2$ führt die Präparationsunschärfe $\Delta y = b$ (Spaltbreite) zu einer großen Unschärfe der y -Komponente p_y des Impulses. Mit zunehmendem Abstand x von der Spaltebene wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung damit breiter und unschärfer (Abb. 4).

Die Streuung um den Winkel θ kann aus der Abhängigkeit der Zustandsfunktionen von der y -Komponente des Impulses

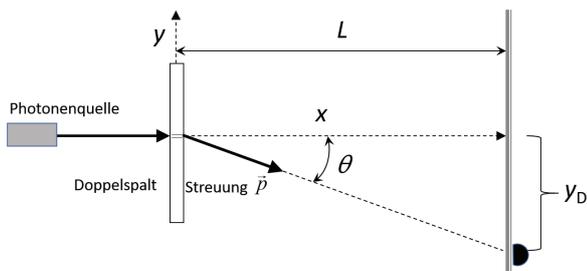


Abbildung 3: Photonstreuung durch den Doppelspalt: Photonen aus der Quelle werden um den Winkel θ gestreut

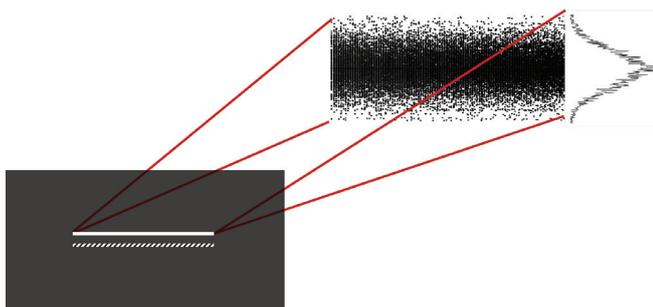


Abbildung 4: Wahrscheinlichkeitsverteilung hinter Spalt 1; die Breite der Verteilung wird vom Abstand L zwischen Schirm und Spaltebene bestimmt

p_y , $|\psi_1(p_y)\rangle$, berechnet werden. Die quantentheoretische Routineaufgabe der Transformation $|\psi_1(y)\rangle \rightarrow |\psi_1(p_y)\rangle$ steht in der Schule nicht zur Verfügung (das Zusatzmaterial liefert diese Rechnung). Man muss hier einen Umweg über klassische Lichtfelder gehen.

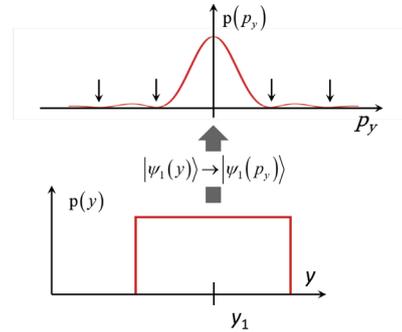


Abbildung 5: Von der Ortsdarstellung zur Impulsdarstellung der Wahrscheinlichkeitsdichte (Gl. (6))

Laserfelder können sehr große mittlere Photonenzahlen (eine Lichtmode und viele Photonen) $\Phi = d\langle N \rangle / dt$ generieren (bei einer Leistung von $P = 1 \text{ mW}$ und einer Wellenlänge $\lambda = 702 \text{ nm}$ ist $\Phi = P \lambda / (h \cdot c) = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$). Durch große Photonenzahlen wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm als Helligkeitsverteilung direkt sichtbar. Diese Beugung von kohärentem Licht am Spalt, ein offenbar vergleichbares optisches Phänomen, führt beim Laser auf eine sinc^2 -Verteilung ($\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$) der Bestrahlungsstärke I . Gestützt auf das Bohrsche Korrespondenz-Prinzip kann man für die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(p_y)$ für das Auftreten eines Photonenimpulses mit der y -Komponente p_y den Ansatz wagen:

Optik, Beugung am Spalt:

$$I \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)^2} = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right). \quad (5)$$

Quantenphysik, Superposition am Spalt:

$$p_{\text{Einzelspalt}}(p_y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{p_y b}{\hbar} \right)}{\left(\frac{p_y b}{\hbar} \right)^2} = \text{sinc}^2\left(\frac{b}{2\hbar} p_y\right). \quad (6)$$

Eingesetzt wurde die Bedingung, dass der Betrag des Photonenimpulses hinter dem Spalt für alle Photonen gleich ist: $|\vec{p}| = b2\pi/\lambda$; $p_y = |\vec{p}| \cdot \sin \theta$. Die vollständige Rechnung liefert den Vorfaktor und man erhält schließlich das gesuchte Ergebnis als überraschend einfache Formel für die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten eines Photonenimpulses mit der y -Komponente p_y , (Abb. 5)

$$p_{\text{Einzelspalt}}(p_y) = \frac{b}{2\pi\hbar} \text{sinc}^2\left(\frac{p_y b}{\hbar} \right). \quad (7)$$

Ein Variablenwechsel zwischen θ und p_y ist mit $p_y = |\vec{p}| \sin \theta$ völlig unkritisch.

Kritische Anmerkungen

- (1) Die hier gezeigte Herleitung ist aus zweierlei Gründen nicht ohne Probleme. Zum einen schrammt sie sehr dicht an einem vermeintlichen Wellencharakter der Photonen vorbei, zum anderen wird durch sie eine konzeptionelle Schwierigkeit verwischt, die die Bedeutung des Doppelspaltversuchs als Schlüsselexperiment in der Einführungsphase extrem schwächt. Der Wechsel von der Zustandsfunktion $|\psi(y)\rangle$ in der Ortsdarstellung zur Impulsdarstellung $|\psi(p_y)\rangle$ ist zur Interpretation des Experiments notwendig. Wie sonst ließe sich die Bedeutung des Streuwinkels θ begründen? Der angemessene Standardformalismus der mathematischen Physik ist jedoch in der Schule nicht verfügbar.
- (2) Beim Doppelspaltversuch wird häufig das Auftreten der Verteilung nach Gl. (7) als klassisch bezeichnet („Tröpfchenverteilung“), wenn einer Spalte verdeckt wird. Das ist konzeptionell falsch. Das Experiment und Gl. (7) liefern klassisch nicht erklärable stationäre Nullstellen der Wahrscheinlichkeitsdichte (kleine Pfeile in Abb. 5). Diese lassen sich als Ergebnis einer kontinuierlichen Superposition unendlich vieler Einzelphotonenzustände am Spalt erklären. Klassische Teilchen, wie Farbtröpfchen, können das nicht leisten. Eine klassische Verteilung ergibt sich erst bei vollständiger Dekohärenz des photonischen Eingangsfeldes, wenn sich also die Zustandsfunktionen $|\psi(y)\rangle$ über die Spaltbreite nicht kohärent überlagern. Man kann das Problem umgehen, wenn für die Spaltbreite $b \rightarrow 0$ angenommen wird. Δp_y wird beliebig und eine Kontur der Wahrscheinlichkeitsverteilung muss dann nicht mehr diskutiert werden (darf allerdings auch nicht).

3.3 Zustandsdetektion: Doppelspalt

In einem letzten Schritt wird nun die Zustandspropagation des Einzelphotonenzustandes $|\psi_0(p_y)\rangle$ vom Doppelspalt in die Richtung $\theta \approx \theta_1 \approx \theta_2$ (die Propagationswinkel vom jeweiligen Spalt sind für große L nicht unterscheidbar) untersucht. Im schulüblichen Zeigermodell der Propagation (Abb. 6) ist sofort ersichtlich: Diese Zustandspropagation vom Doppelspalt in Richtung θ zum Schirm führt, je nach Spalt zu unterschiedlichen Phasen von $|\psi_1(p_y)\rangle$ und $|\psi_2(p_y)\rangle$. Die Zeigerdrehung ergibt für $|\psi_1(p_y)\rangle$ den Phasenwinkel $\varphi_1 = \vec{k} \cdot \vec{r}_1$, entsprechend für $|\psi_2(p_y)\rangle$ der Phasenwinkel $\varphi_2 = \vec{k} \cdot \vec{r}_2$ [4, 9, 14, 15]. Dabei sind \vec{r}_1 und \vec{r}_2 die Vektoren von den Spaltmittelpunkten zum Detektor. Die Startposition der Zeiger wird o. B. d. A. als 3-Uhr-Position angenommen (s. oben: Anfangsphasen auf 1 gesetzt). Die Klickwahrscheinlichkeit durch die Zustandssuperposition am Schirm lässt sich nun berechnen.

Die Zeigerlängen für jeden Einzelspalt wurden im letzten Schritt ermittelt:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} |\psi_1\rangle &\rightarrow \|\psi_1(p_y)\| \\ |\psi_2\rangle &\rightarrow \|\psi_2(p_y)\| \end{aligned} \right\} = \|\psi_1(p_y)\| = \|\psi_2(p_y)\| = \\ & \sqrt{P_{\text{Einzelspalt}}(p_y)} = \sqrt{\frac{b}{2\pi\hbar}} \cdot \text{sinc}\left(\frac{b}{2\hbar} p_y\right). \end{aligned} \tag{8}$$

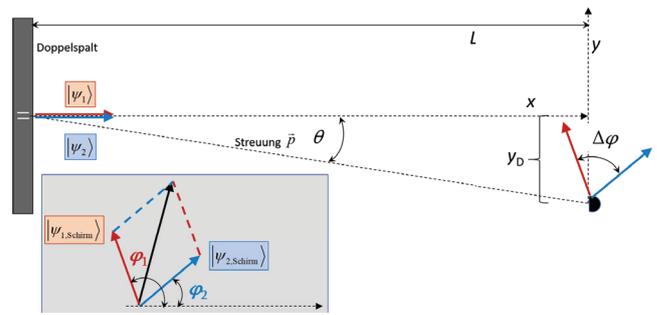


Abbildung 6: Phasenrichtige Addition der Zustandsfunktionen in der Superposition am Schirm

In Gl. (8) stehen nur die Beträge. Die Phasen werden durch die jeweilige Zeigerposition angegeben. Damit ist der Weg frei für die Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit beim Doppelspalt nach der BORN'schen Regel:

$$\begin{aligned} p(p_y) &= \frac{1}{2} \left\| \psi_1(p_y) + \psi_2(p_y) \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[\underbrace{\|\psi_1(p_y)\|^2}_{=P_{\text{Einzelspalt}}(p_y)} + \underbrace{\|\psi_2(p_y)\|^2}_{=P_{\text{Einzelspalt}}(p_y)} + 2 \underbrace{\|\psi_1(p_y)\| \|\psi_2(p_y)\|}_{=P_{\text{Einzelspalt}}(p_y)} q(\varphi_1 - \varphi_2) \right] \\ &= P_{\text{Einzelspalt}}(p_y) \cdot [1 + q(\Delta\varphi)] \end{aligned} \tag{9}$$

Die algebraische Berechnung des Phasenterms $q(\Delta\varphi)$ in Gl. (9) ist mit Schulmathematik nicht möglich. Deshalb greift man auf die Zeigerdarstellung für die phasenrichtige Addition der Zustandsfunktionen in Gl. (9) zurück (Abb. 6). Mit dem Cosinussatz für die Zeigersumme erhält man:

$$\begin{aligned} p(p_y) &= P_{\text{Einzelspalt}}(p_y) (1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) \\ &= P_{\text{Einzelspalt}}(p_y) \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda} \frac{y_D}{L}\right) \right) \\ &= \frac{b}{2\pi\hbar} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{b}{2\hbar} p_y\right) \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{d}{\lambda} \frac{y_D}{L}\right) \right). \end{aligned} \tag{10}$$

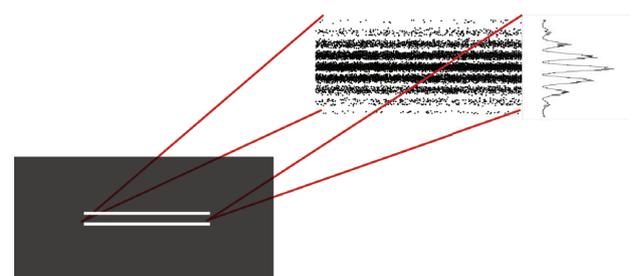


Abbildung 7: Wahrscheinlichkeitsverteilung durch einen Doppelspalt; die Breite σ der Verteilung wird vom Abstand L zwischen Schirm und Spaltenebene bestimmt. Parameter der gezeigten Verteilung sind: $d/\lambda = 4$; $L = 150 LE$.

Für die letzte Umformung wurden die geometrischen Bedingungen $r_1 - r_2 \approx d \cdot \sin\theta \ll L$ eingesetzt:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_1 - \varphi_2 = \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \frac{y_D}{L}. \end{aligned} \tag{11}$$

Abb. 7 zeigt eine EXCEL-Simulation dieses Ergebnisses. Für eine quantentheoretische rigorose Ableitung sei auf das Zusatzmaterial verwiesen.

Kritische Anmerkungen

- (1) Die Interpretation des Doppelspaltversuchs argumentiert bei der Zustandspräparation und ggf. auch bei der Detektion mit einer Ortskoordinate (*y*-Koordinate). Es muss begründet werden, warum das nicht mit der behaupteten Nichtlokalität der Photonenzustände kollidiert.
- (2) Diese Ableitung ist aufwändig, konzeptionell und im Detail. Sie schöpft schulische Voraussetzungen zeitlich und inhaltlich grenzwertig aus. Es stellt sich die Frage, ob damit die Überzeugungskraft als Schlüsselphänomen nicht leidet.

Zusatzmaterial

Zusatzmaterial zur mathematischen Beschreibung von Photonen am Einzel- und Doppelspalt ist auf der Homepage dieser Zeitschrift zu finden: <https://www.pluslucis.org/Zeitschrift.html>

4. Komplementarität

4.1 Zustandsmarkierungen und Dekohärenz

Argumente, die ein Verschwinden der Modulation der Wahrscheinlichkeiten auf eine Welcher-Weg-Information zurückführen, sind offenbar bei dieser Herleitung nutzlos: Ein Weg kommt nicht vor. Orthogonale (= unterscheidbare) Markierungen der Superpositionszustände jedoch führen zu einem Auslöschung des Musters. Markiert man die Superposition in Gl. (9) z. B. mit zwei gekreuzten Pol-Folien, hier angezeigt durch die orthogonalen Einheitsvektoren $|a_1\rangle = \vec{e}_V$ und $|a_2\rangle = \vec{e}_H$ (Orthogonalität bedeutet $\langle a_1 | a_2 \rangle = \vec{e}_V \cdot \vec{e}_H = 0$), ergibt sich eine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung (s. Abb. 1)

$$\begin{aligned} p(y = y_D) &= \\ &= \frac{1}{2} \left| \langle \psi_1, (p_y) | \vec{e}_V + \langle \psi_2, (p_y) | \vec{e}_H \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{b}{2\pi\hbar} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{b}{2\hbar} p_y\right) \cdot \left(\underbrace{\vec{e}_V \cdot \vec{e}_V}_{=1} + \underbrace{\vec{e}_H \cdot \vec{e}_H}_{=1} + \underbrace{2\vec{e}_V \cdot \vec{e}_H}_{=0} \cos(\Delta\varphi) \right) \\ &= \frac{b}{2\pi\hbar} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{b}{2\hbar} p_y\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Die Markierung mit Pol-Folien hat die Modulation der Wahrscheinlichkeit gelöscht. Man kann das Ergebnis verallgemeinern: Wenn die Markerzustände $|a_1\rangle$ bzw. $|a_2\rangle$ orthogonal sind, verschwindet die Modulation der Wahrscheinlichkeit.

Eine solche Formulierung rettet die Analogieversuche zum Quantenradierer: Eine zusätzliche Folie unter 45° löscht die Orthogonalität der Superpositionszustände wieder und die Modulation der Wahrscheinlichkeiten tritt wieder auf. Es wird keine mystische „Welcher-Weg-Information“ ausstrahlt, sondern nur die Orthogonalität der Quantenzustände zerstört.

Claus Jönsson berichtet in [16] über Probleme, die Streifenmuster beim Doppelspaltversuch mit Elektronen zu erkennen. Wie sich zeigte, hatte das keine Komplementaritätsgründe. Die Phasendifferenzen, die die gemischten Produkte in Gl. (9)/(10) erzeugen, sind beim Jönsson-Versuch mit den sehr kleinen de-Broglie-Wellenlängen der Elektronen und den langen Belichtungszeiten (5 s bis 10 s) sehr sensibel gegen leichte Störungen des Versuchsaufbaus: **Dekohärenz**. Durch die Erschütterungen der Straßen in Tübingen verschwand das Muster unwiederbringlich, weil der zeitliche Mittelwert über die Mischprodukte verschwindet.

4.2 Komplementarität vs. Dualismus

Komplementäre Ereignisse liefern einander ausschließende aber ergänzende Erfahrungen. Bei BOHR liest sich das so: „Nach dem Wesen der Quantentheorie müssen wir uns also damit begnügen, die Raum-Zeit-Darstellung und die Forderung der Kausalität, deren Vereinigung für die klassischen Theorien kennzeichnend ist, als komplementäre, aber einander ausschließende Züge der Beschreibung des Inhalts der Erfahrung aufzufassen ...“ [17]

Komplementäre Variablen Es gibt inzwischen zahlreiche Indizien dafür, dass Unschärferelation und Komplementarität gepaarte Konsequenzen des quantentheoretischen Formalismus sind [18].

Komplementäre Phänomene verwirren, weil nicht genau klar wird, welche Phänomeneigenschaften betrachtet werden und weil die Forderung wechselseitiger Exklusivität nicht immer erfüllt ist (Interferenzkontrast ist nicht zwangsläufig 1 oder 0).

Konsequenz

Die quantenmechanische Beschreibung einer physikalischen Erscheinung, die klassisch dem Teilchenszenario oder dem Wellenszenario zugeordnet werden kann, enthält stets Paare von Variablen oder Ereignissen, die sich gegenseitig insofern ausschließen (*mutually exclusive*), als eine scharfe Kenntnis der Eigenschaften beider nicht möglich ist. Zusammen erschließen sie jedoch alle denkbaren Möglichkeiten. Der Welle-Teilchen-Dualismus lässt daraus *nicht* ableiten, weil i. A. nicht klar ist, welche Teilchen- bzw. Welleneigenschaften denn nun genau in der Messapparatur erfasst werden sollen. Die klassisch gemeinsamen Eigenschaften können es ja wohl kaum sein.

Acknowledgements

I acknowledge funding from DFG through SFB 1227 “DQ-mat”.

I acknowledge valuable support by the team of the Schülerlabor foeXlab: Oliver Burmeister, Gina Kleinsteinberg, Johanna Lohmann, Moritz Waitzmann, Susanne Weißnigk.

Rüdiger Scholz *Leibniz Universität
Hannover, Institut für Quantenoptik*

Literatur

- [1] Küblbeck J., Müller R., Die Wesenszüge der Quantenphysik: Modelle, Bilder und Experimente, Praxis Schriftenreihe Bd. 60, Aulis (2007)
- [2] Waitzmann M., Weber K. A., Weißnigk S., Scholz R., Key Experiment and Quantum Reasoning, MDPI Physics, 4 (2022)
- [3] Bitzenbauer P. Quantenoptik an Schulen: Studie im Mixed-Methods Design zur Evaluation des Erlanger Unterrichtskonzepts zur Quantenoptik, Dissertation (Bd. 303). Logos (2020)
- [4] Müller R., Wiesner H., Teaching quantum mechanics on an introductory level, Am. J. Phys. 70(3), 2000 (2002)
- [5] Lewis, G. N., The Conservation of Photons, Nature 118, 874, (1926).
- [6] Sargent III E., Scully M. O., Lamb Jr. W. E. Laser Physics, Addison-Wesley, Reading Mass. 228 (1974).
- [7] Teich M. C., Saleh B. E. A. Photon bunching and anti bunching, Prog. Opt, 26, 1-104 (1988)
- [8] Hong C. K., Mandel L. Experimental realization of a localized one-photon state, Phys. Rev. Lett. 56 , 58-60 (1986).
- [9] Rode M. Verschränkte Photonen – modelliert am Mach- Zehnder-Interferometer. MNU, 3/63 (2010)
- [10] Grangier P., Roger G., Aspect A., Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences, Europhys. Lett. 1, 173-9 (1986)
- [11] Grangier P., Sanders B., Vuckovic J., Focus on Single Photons on Demand. New Journal of Physics. 6, 2004
- [12] Roychoudhuri C., Roy R., Zajonc A., Loudin R., Finkelstein D., Mathukrishnan A., Scully M. O., Zubairy M. S., Mack H., Schleich E. P., The nature of light: what is a photon?, Optics & Photonics News, supplement, 14, pp. S1-S35, (2003)
- [13] Walborn S. P., Terra Cunha M.O., Padua S., Monken C. H., Double-slit quantum eraser, Phys. Rev. A 65, 033818 (2002)
- [14] Scholz R., Wessnigk S., Weber K. A., A classical to quantum transition via key experiments, Eur. J. Phys. 41 (2020) 055304, <https://doi.org/10.1088/1361-6404/ab8e52>
- [15] Rode M., Argumente und falsche Freunde, in Friege G./Scholz R. (Hrsg.), Argumentieren in der Quantenphysik, Westermann ISBN 978-3-507-73037-3 (2016)
- [16] Jönsson C., Das Jönsson'sche Doppelspaltexperiment mit Elektronen in Fäßler A./Jönsson C. (Hrsg.) Die Top Ten der schönsten physikalischen Experimente rororo, Reinbeck bei Hamburg 149, (2005)
- [17] Bohr N., Atomic theory and the description of nature. Cambridge UP (1961)
- [18] Ballentine, L. E. Quantum Mechanics A Modern Development, Simon Fraser University, World Scientific Publishing (1998)

Aufgaben mit Bezug zum Nobelpreis für Physik 2022

Stefan Aehle, Philipp Scheiger & Holger Cartarius

1. Motivation

Aufgrund des hohen fachlichen Anspruchs, den die Quantenphysik mit sich bringt, und der Tiefe, in der sie behandelt werden muss, um die Arbeiten, die 2022 mit dem Physik-Nobelpreis gewürdigt wurden, in Ansätzen diskutieren zu können, ist es eine komplexe Herausforderung, den Physik-Nobelpreis 2022 im Unterricht aufzugreifen. Dies mit kurzen Einzelaufgaben zu tun, ist eine besondere Herausforderung. Anlass, sich dieser trotzdem zu stellen und Aufgaben-Material mit Nobelpreisbezug zu konzipieren, bot uns eine besondere Gelegenheit: die Thüringer Physikolympiade (ThüPhO). Seit 1990 stellen bei der ThüPhO Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 7 bis 12 ihr Können unter Beweis. Der landesweite Wettbewerb wird in drei Runden durchgeführt, in denen es darauf ankommt, anspruchsvolle Aufgaben mit Einfallsreichtum und einem breiten Wissen zu lösen. Interessierte Teilnehmerinnen und Teilnehmer bekommen so nicht nur die Möglichkeit, Preise zu gewinnen, sondern auch sich mit spannenden Themen der Physik auseinanderzusetzen und sich mit Gleichgesinnten zu vernetzen [1]. Da für die Finalistinnen und Finalisten der dritten Runde traditionell mindestens in der Klassenstufe 12 Aufgaben mit Bezug zum aktuellen Physik-Nobelpreis entworfen werden, nutzen wir die Gelegenheit, die Hintergründe zur Verleihung des Jahres 2022 in Aufgaben aufzuarbeiten. So entstehen einerseits Aufgaben, die den Organisatoren der ThüPhO zur Verfügung gestellt werden, als auch Material, was darüber hinaus im (Quanten-)Physikunterricht verwendet werden kann.

Gegeben die fachliche Komplexität der Nobelpreisforschung zum einen und der Thematik die Quantenphysik zum anderen, möchten wir so vorgehen, dass wir zunächst in den Hintergrund der Nobelpreisforschung einführen. Anschließend gehen wir auf die entstandene Sammlung verschiedener Aufgabentypen, die flexibel einsetzbar sind, jedoch nicht zwingend aufeinander aufbauen, ein. Wir bewegen uns dabei dem Thema entsprechend methodisch in einem breiten Spektrum und inhaltlich auf einem hohen Niveau, sodass Oberstufenkenntnisse und -fähigkeiten zum vollständigen Lösen aller Teilaufgaben benötigt werden.

Das Material, die entstandenen Aufgaben mit ausführlichen Einführungen, wird separat zur Verfügung gestellt. Dazu wurde zunächst ein zusammenhängendes Dokumentenformat gewählt, das einen Einführungstext zum jeweils diskutierten Problem, die Aufgaben und die Musterlösungen zusammenfasst. Die Lesenden haben damit die Möglichkeit, beliebige Inhalte zu entnehmen, zu editieren, zu kürzen und auf das jeweilige Anwendungsszenario anzupassen. In den meisten Fällen wird die Lehrperson das Material individuell auswählen müssen, da kaum ein schulischer Rahmen vorstellbar ist, in dem alle vier

Teilaufgaben vollumfänglich bearbeitbar wären. Das Material wurde deshalb so konzipiert, dass ein Fließtext an geeigneten Stellen mit Aufgaben und Abbildungen gespickt wurde, ähnlich wie es in einem Lehrbuch üblich ist.

2. Hintergrund zum Nobelpreis

Durch die Pionierarbeit von Alain Aspect, John Clauser, Anton Zeilinger und ihren Kollegen konnte gezeigt werden, dass es möglich ist, Teilchen, die sich in verschränkten Zuständen befinden, durch experimentelle Methoden zu untersuchen und zu kontrollieren. Dies hat den Grundstein für eine neue Ära der Quantenphysik und deren Erforschung gelegt, denn die Quantenphysik stellt nicht nur eine rein theoretische oder philosophische Angelegenheit dar. Intensive Forschungs- und Entwicklungsbemühungen werden unternommen, um die besonderen Eigenschaften einzelner Teilchensysteme technologisch nutzbar zu machen, z. B. in der Entwicklung von Quantencomputern, verbesserten Messmethoden, Quantennetzwerken und sicher verschlüsselten Quantenkommunikationssystemen [2]. Diese Anwendungen basieren unter anderem darauf, dass die Quantenphysik es zwei oder mehr Teilchen erlaubt, unabhängig von ihrer räumlichen Entfernung in einem gemeinsamen, „verschränkten“, Zustand zu existieren. Aber was bedeutet Verschränkung eigentlich, wie hat man es geschafft sie nachzuweisen, und welchen Nutzen haben die Erkenntnisse für uns heute? Im Folgenden werden Grundlagen der Forschung hinter dem Physik-Nobelpreis 2022 erklärt, um die darauffolgenden Aufgaben einordnen und lösen zu können und somit einen Zugang zur Quantenphysik zu schaffen.

2.1 Verschränkung

Unter Verschränkung versteht man in der Quantenphysik das Phänomen, dass zwei oder mehr Teilchen in einer besonderen, klassisch nicht möglichen Weise miteinander verbunden sind, auch wenn sie sehr weit voneinander entfernt sind. Angenommen zwei solcher Teilchen befinden sich in einem unbestimmten Zustand bezüglich einer Eigenschaft (z. B. Ort oder Polarisationsrichtung eines Photons). Wird nun eine Messung dieser Eigenschaft an Teilchen A durchgeführt, steht auch das Ergebnis einer Messung derselben Eigenschaft an Teilchen B fest. Beide Ergebnisse sind korreliert, beziehungsweise antikorreliert, egal wie weit die Messungen voneinander entfernt sind. Auch in der klassischen Physik gibt es Korrelation: Schickt man beispielsweise einen weißen und einen schwarzen Ball an zwei verschiedene Empfänger, weiß Empfänger A sofort, wenn er sein Paket öffnet und den weißen Ball erhält, dass das Paket für Empfänger B den schwarzen Ball beinhalten muss – ohne, dass Empfänger B sein Paket geöffnet hat. Die

Besonderheit der Quantenphysik besteht nun aber darin, dass die zwei Teilchen, die in verschiedene Messapparaturen geschickt werden, sich in keinem determinierten Zustand befinden müssen, bis man eine Messung an ihnen durchführt. Erst der Zufall entscheidet bei der Messung an einem Teilchen über das Ergebnis. Trotzdem gilt die Korrelation exakt. In dem Beispiel mit den Bällen wäre das so, als ob sich beide Bälle bis zum Öffnen der Pakete in einem Überlagerungszustand der beiden Möglichkeiten befänden und erst im Moment der Beobachtung die schwarze oder weiße Farbe annehmen.

Spannend ist das vor allem, weil das Ergebnis eines quantenmechanischen Experiments gegen unsere Alltagsintuition geht: Woher „weiß“ Teilchen B, welche Eigenschaft Teilchen A angenommen hat, wenn das Ergebnis vom Zufall bestimmt ist? Warum sind die Ergebnisse korreliert, wenn der Ausgang einer Messung zufällig und nicht vorhersagbar ist? Klassisch wären zwei Antworten auf diese Frage denkbar: Entweder, es gibt einen sogenannten lokalen *versteckten Parameter* – eine Einflussgröße, die das Teilchenpaar in sich trägt, die das Ergebnis der Messung vorherbestimmt, die wir aber nicht kennen – oder die Teilchen kommunizieren das Ergebnis der Messung untereinander, z. B. mit Lichtgeschwindigkeit. Die Quantenphysik verhält sich jedoch anders. Der Zustand ist nach der Messung an beiden Orten sofort verändert, ohne dass die Teilchen versteckte Parameter mit sich tragen würden oder es einer Datenübertragung bedürfte.

2.2 Bell-Ungleichungen

Eine Form des oben beschriebenen Problems haben Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen 1935 in einem berühmten Gedankenexperiment beschrieben, das heute unter EPR-Paradoxon bekannt ist [3]. Sie argumentierten, dass die Quantenphysik als Theorie keine vollständige Beschreibung der Realität liefere. Dabei gingen sie jedoch von Annahmen aus, die der klassischen Physik entspringen und in der Quantenphysik nicht gegeben sind. In der Argumentation spielen die Prinzipien der *Kausalität*, *Lokalität* und *Realität* eine besondere Rolle. Von *Kausalität* spricht man sowohl in der klassischen als auch in der Quantenphysik, wenn die Wechselwirkungen zweier physikalischer Systeme der strengen Abfolge von Ursache und Wirkung unterliegen. Aus der speziellen Relativitätstheorie ergibt sich, dass diese Wechselwirkung oder Informationsübertragung höchstens mit Lichtgeschwindigkeit passieren kann. Ergänzt wird die Kausalität durch die *Lokalität*: Zwei physikalische Systeme können nur dann miteinander wechselwirken, wenn sie nicht räumlich voneinander getrennt sind, d. h., wenn sich die Wirkung des einen auf das andere System entsprechend dem Kausalitätsprinzip übertragen kann. Die Quantenphysik ist eine nicht-lokale Theorie, da die Korrelation zweier verschränkter Teilchen auch über sehr große Entfernungen instantan (augenblicklich) nachweisbar ist. Aus der Nichtlokalität ergibt sich ein wichtiger Widerspruch zur klassischen Weltanschauung. Das Ergebnis der Messung eines Elements der physikalischen *Realität* muss nach den EPR-

Autoren sicher vorhersagbar sein, ohne das System zu stören. In einem quantenphysikalischen System ist das Messergebnis zwar immer eindeutig, jedoch existiert es – im Gegensatz zur klassischen Physik – erst, nachdem die Messung vollzogen wurde. Dabei kann sich der Zustand des Systems ändern.

John Stuart Bell schaffte 1964 die theoretischen Grundlagen für die Experimente, die die Nicht-Lokalität der Quantentheorie belegen sollten, indem er mathematisch bewies, dass keine Theorie basierend auf lokalen versteckten Parametern die Ergebnisse der Quantenphysik reproduzieren kann. Er stellte die nach ihm benannten Bell-Ungleichungen auf. Diese enthalten Korrelationsfunktionen, die bestimmte Grenzen einhalten müssen, sofern sich die Korrelation aufgrund (klassischer) lokaler versteckter Parameter ergibt. Bell zeigte, dass bestimmte quantenphysikalische Versuchsergebnisse diese Ungleichung verletzen [4]. Experimentell konnten diese Überlegungen aber nicht überprüft werden, da die technischen Gegebenheiten zu dieser Zeit noch nicht ausreichend vorhanden waren. Erst John Clauser und seine Kollegen Michael Horne, Abner Shimony und Richard Holt schafften es 1969, diese Hürde zu meistern, indem sie die CHSH-Ungleichung, eine besondere Form der Bell-Ungleichungen, aufstellten und ein dazu passendes Experiment vorschlugen [5]. Es waren die darauffolgenden experimentellen Anstrengungen von Clauser, die Weiterentwicklungen von Alain Aspect und die abschließenden Verbesserungen durch Anton Zeilinger, die durch die Königlich Schwedische Akademie der Wissenschaften mit dem Nobelpreis ausgezeichnet wurden [6, 7, 8].

Im Folgenden werden nun mögliche Überlegungen und Ansätze für Aufgaben mit Nobelpreisbezug vorgestellt. Wir setzen dazu als Erstes bei der praktischen Umsetzung der Experimente an, bevor wir uns dann dem quantenphysikalischen Kern der 2022 ausgezeichneten Forschung widmen und uns mittels eines Anwendungsbeispiels die Bedeutung der Erkenntnisse für unsere moderne Welt ableiten. Eine weitere Aufgabe, die sich mit fortgeschritteneren, theoretischen Grundlagen und Quantenteleportation beschäftigt, wird in dieser Übersicht ausgelassen, findet sich aber, zusammen mit ausführlichen Versionen der Aufgaben und Lösungen im separat bereitgestellten Begleitmaterial.

3. Technische Umsetzung der Experimente: von Clauser bis Aspect

Um die CHSH-Ungleichung experimentell überprüfen zu können, bedurfte es einer Reihe von komplexen Versuchsaufbauten, die mit fortlaufendem technischem Fortschritt über mehrere Jahrzehnte von verschiedenen wissenschaftlichen Arbeitsgruppen immer wieder weiterentwickelt wurden. So schaffte man es, immer verlässlichere Daten zu produzieren, Argumentationsschlupflöcher zu schließen und die theoretische Argumentation von Bell zur Nichtlokalität der Quantenphysik empirisch zu untermauern. Den ersten Versuch, die CHSH-Ungleichung experimentell nachzuvollziehen, unternahm John

Cluser 1972 zusammen mit Stuart Freedman. Dazu wurden verschränkte Photonenpaare in einem Calcium-Ofen erzeugt und in einem optischen System aus Linsen, Polarisationsfiltern und Einzelphotonendetektoren ausgewertet (Abbildung 1).

Die Experimente laufen dabei so ab, dass man für verschiedene

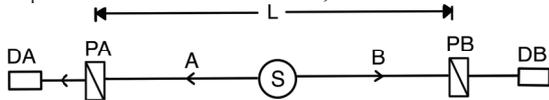


Abbildung 1: Vereinfachter Aufbau zur Korrelationsmessung verschränkter Photonen. Ein Paar verschränkter Photonen wird aus einer Quelle S emittiert und in verschiedene Richtungen gesandt. Anschließend durchlaufen die Photonen die Polarisationsfilter PA und PB, die die Strecke L voneinander entfernt sind, bevor sie in den Einzelphotonendetektoren DA und DB registriert werden. Zur Überprüfung der CHSH-Ungleichung benötigt man vier bestimmte Winkelkombinationen, die an PA und PB eingestellt werden. Je nach Einstellung werden mehr oder weniger Photonen registriert. Eine Auswertung der Statistik liefert anschließend Aussagen zum Grad der Verschränkung.

Winkeleinstellungen misst, ob die Photonen an den Detektoren nachgewiesen werden oder nicht. Wie bei der klassischen Polarisation von Licht besteht auch für dieses Experiment mit einzelnen Photonen eine Abhängigkeit vom Winkel zwischen den Filtern: Sind diese in die gleichen Richtungen eingestellt (0° zueinander verdreht) und ist die Verschränkung der Form, dass beide Photonen immer gleich polarisiert sind, liegt die Wahrscheinlichkeit bei 100 %, dass Photon B transmittiert wird, wenn auch Photon A transmittiert wurde. Umgekehrt liegt die Wahrscheinlichkeit bei 100 %, dass Photon B absorbiert wird, wenn Photon A transmittiert wurde und der Differenzwinkel zwischen den Filtern 90° beträgt. Interessant wird es erst für bestimmte dazwischenliegende Differenzwinkel. Diese können genutzt werden, um zwischen einer quantenphysikalischen Verschränkung und der Korrelation eines (klassischen) lokalen versteckten Parameters zu unterscheiden (siehe Material für Details). Zunächst werden wir jedoch auf einen technischen Aspekt eingehen, der für die Gültigkeit des Nachweises entscheidend ist. Aussagen zur Korrelation der Photonen ergeben sich erst nach einer großen Anzahl an Versuchsdurchgängen, wenn sich statische Zusammenhänge abzeichnen. Dazu ist es nötig, die Winkel der Polarisatoren zu variieren. Um die Winkelkombinationen der Polarisationsfilter entsprechend der CHSH-Argumentation einzustellen, wurde ein sogenanntes Malteserkreuzgetriebe verwendet (Abbildung 2).

Ein Hauptkritikpunkt am Aufbau war, dass die Strecke L, die die Polarisatoren PA und PB im Labor voneinander trennte, zu klein war, um einen Informationsaustausch mit Lichtgeschwindigkeit c zwischen den beiden Polarisatoren PA und PB auszuschließen, denn die Bedingung der Lokalität ist nur dann erfüllt, wenn eine Abhängigkeit der Messung bei B (und damit auch die eingestellte Polarisationsrichtung) von der bei A vollständig ausgeschlossen werden kann. Ein Wechsel der Polarisationsrichtung muss also schneller erfolgen können, als Information von PA zu PB (und umgekehrt) wandern kann. Ist dies nicht erfüllt, spricht man vom Lokalitäts-Schlupfloch [7].



Abbildung 2: Malteserkreuzgetriebe. Mit jeder vollen Umdrehung der Antriebswelle (links) macht das Drehrad (rechts) eine Vierteldrehung. In Clusers Aufbau werden so vier Polarisationsrichtungen durchgetauscht.

Hier bietet es sich an, in einer ersten Aufgabe eine einfache Rechnung durchzuführen. Aus Abbildung 2 muss dazu zunächst verstanden werden, dass eine Umdrehung der Antriebswelle nur eine Vierteldrehung der Polarisationsfilterhalterung zur Folge hat. Gibt man dann eine sinnvolle Frequenz des Antriebs vor, kann berechnet werden, wie lang die Strecke L sein müsste, um einen kausalen Zusammenhang zwischen beiden Messungen, d. h. einen Informationsaustausch mit Lichtgeschwindigkeit zwischen den beiden Teilen der Apparatur auszuschließen. Differenzieren sollte man hier zwei Fälle: Im ersten Fall geht man davon aus, dass es im Experiment nicht darauf ankommt, einen bestimmten Filter anzusteuern, sondern nur einen Filterwechsel zu bewirken. Eine Umdrehung der Antriebswelle bewirkt genau einen Filterwechsel. Die Antriebsfrequenz ist somit gleich der Filterwechselfrequenz. Fall zwei erweitert die Überlegungen darauf, dass man bestimmte Filterkombinationen einstellen möchte. Erst dann tritt die Besonderheit des Mechanismus zum Vorschein, denn erst nach vier Umdrehungen der Antriebswelle wird die Ausgangsstellung des Polarisationsfilterhalters wieder erreicht. Im ungünstigsten Fall muss man genau diesen vollständigen Umlauf des Filtrerrads abwarten. Für eine Frequenz von $f = 200 \text{ Hz}$ ergibt sich z. B. in Fall 2 die Länge $L = 6.000 \text{ km}$ (siehe Material). Obwohl dabei mehr als das Weg-Zeit-Gesetz noch nicht nötig ist, ergibt sich so schon eine erste Möglichkeit, über ganz grundlegende Überlegungen der Experimentatoren zu sprechen. Die Strecke von mehreren tausend Kilometern zeigt eindeutig das Problem am Aufbau von Cluser und Freedman auf und erklärt, warum weitere Verbesserungen des Versuchsaufbaus nötig wurden. An dieser Stelle ist auch eine Variation der Aufgabe denkbar, indem gegebenenfalls andere Werte verwendet werden, der Aufbau beliebig verkompliziert wird, oder Parallelen zu unserer Alltagswelt durch Kontextwechsel gezogen werden: alte Filmprojektoren nutzen beispielsweise ähnliche Malteserkreuzgetriebe.

Fortgesetzt werden kann diese Aufgabe durch zwei weitere Abschnitte, die nach dem gleichen Prinzip den Versuchsaufbau von Alain Aspect untersuchen. Aspect und seine Arbeitsgruppe haben das Lokalitäts-Schlupfloch 1982 schließen können, indem sie statt mechanischer Getriebe zum Polarisationsfilterwechsel akkustooptische Modulatoren verwendeten. Damit wurden die Photonen auf unterschiedliche Wege gelenkt, um sie durch verschiedene, fest eingestellte Polarisationsfilter zu schicken [7]. Langsame mechanische Vorgänge konnten somit vollständig vermieden werden. Diese Weichen wurden elektronisch von Hochfrequenz-Generatoren gesteuert und konnten eine Frequenz von 50 MHz erzielen, sodass ein Wechsel der Polarisationsfilter in nur 10 ns möglich wurde. Hier ließe

sich der Originalaufbau von Aspect schematisch untersuchen und die technischen Unterschiede zu Clauser herausarbeiten. Anschließend kann man die Fragestellung von oben umgekehrt aufwerfen. Man kann etwa voraussetzen, dass ein Labor einer bestimmten Größe zur Verfügung steht und berechnet werden muss, wie schnell der Polarisationsfilterwechsel unter gleichen Bedingungen vollzogen werden müsste. Ein Vergleich mit der tatsächlichen Lösung in Aspects Versuchen schafft einen realen Bezug zum experimentellen Fortschritt. Auch die Idee eines mechanischen Getriebes kann hier noch einmal geprüft werden: Warum ist es nicht möglich, Clausers Aufbau mit der hohen Frequenz der akkustooptischen Modulatoren zu betreiben? Überlegungen wie diese schaffen es mit einfachen Mitteln, einen direkten Blick auf physik-historische Probleme zu werfen. Selbstverständlich bewegt man sich hier noch nicht durch die fachlichen Tiefen der Quantenphysik – umso besser sind derartige Aufgaben geeignet, um zu differenzieren und auch Schülerinnen und Schülern, denen vollumfängliche Vorkenntnisse noch fehlen, über den Kontext einen ersten Eindruck zu vermitteln.

3.2 Die Rolle der Polarisation

Auch ohne intensives Auseinandersetzen mit den wissenschaftlichen Veröffentlichungen hinter dem Nobelpreis wird ersichtlich, dass das Phänomen der Polarisation von Photonen in den experimentellen Aufbauten eine ausschlaggebende Rolle spielte. Genauere Literaturrecherche liefert letztlich den Beleg: “We have carefully checked each channel for no depolarization, by looking for a cosine Malus law when a supplementary polarizer is placed in front of the source. These auxiliary tests are particularly important [...] They also yield the efficiencies of the polarizers, required for the quantum mechanical calculations” [7]. In diesem Ausschnitt der Originalveröffentlichung beschreiben Aspect et al., dass sie unter anderem die Effizienz der Polarisationsfilter überprüften, indem weitere Filter in das System eingebracht und mithilfe des Gesetzes von Malus ausgewertet wurden. Das Gesetz von Malus beschreibt die Lichtintensität I hinter zwei Polarisationsfiltern, wenn diese um einen Winkel a zueinander verdreht sind: $I = I_0 \cdot \cos^2(a)$.

Hier ergibt sich die nächste Möglichkeit, die Hintergründe nachzuvollziehen: Durch einfache Unterrichtsexperimente mit Polarisationsfolien lässt sich veranschaulichen, wie sich das Gesetz äußert. Ein Aufbau mit geeigneten Polarisationsfiltern und einem Intensitätsmessgerät ermöglicht sogar eine quantitative Überprüfung des Zusammenhangs (Abbildung 3). In einer weiteren Aufgabe kann man das Zitat oben als Anlass nehmen, die Polarisation von Licht näher zu untersuchen (siehe Material). Vor allem der konzeptionelle Unterschied zwischen Licht als Welle und Licht als Photon (Quantenobjekt) tritt dabei zum Vorschein. Betrachtet man die Ergebnisse von Experimenten mit einzelnen Photonen, spricht man nicht mehr von Intensitäten, sondern von der Anzahl der hinter dem Filter gemessenen Photonen. Für das Einzelphoton ergibt sich

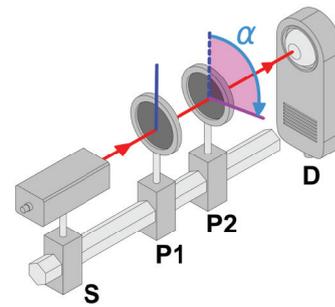


Abbildung 3: Schematischer Aufbau zur Überprüfung des Gesetzes von Malus im Unterricht. Auf einer optischen Bank werden Lichtquelle S, lineare Polarisationsfilter P1 und P2 und Detektor D hintereinander angeordnet. Die gemessene Lichtintensität ist dabei abhängig vom Differenzwinkel a zwischen den Polarisationsrichtungen der jeweiligen Filter. Erweiterbar mit beliebiger Anzahl an Polarisationsfiltern.

eine binäre Auswahl zwischen Transmission und Absorption in Abhängigkeit von der Transmissionswahrscheinlichkeit zu $P_T = \cos^2(a)$. Eine Teilaufgabe kann nun darauf abzielen, diesen konzeptionellen Unterschied erklären zu lassen. Eine weitere bietet die Möglichkeit, klassische Wahrscheinlichkeitsrechnungen durchzuführen. Dazu betrachten wir den Fall eines horizontal polarisierten Photons, das auf eine Anordnung von sechs Polarisationsfiltern trifft. Diese sind jeweils um einen Winkel a gegen die horizontale Polarisationsrichtung verdreht: $a_1 = 5^\circ$, $a_2 = 10^\circ$, $a_3 = 20^\circ$, $a_4 = 45^\circ$, $a_5 = 70^\circ$, $a_6 = 90^\circ$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Photon am vierten Filter absorbiert wird, kann mit einfachen Berechnungen, beispielsweise in Form eines Baumdiagramms, zu 31 % bestimmt werden (siehe Material). An eine solche Aufgabe kann eine Differenzierungsmöglichkeit angeschlossen werden, indem der Umfang und die Schwierigkeit der Aufgabe erweitert werden. Dazu nimmt man an, dass die Winkel der Polarisationsfilter a_1 und a_6 des Aufbaus fest auf den vorher gegebenen Werten eingestellt werden, während die zwischenliegenden Polarisationsfilter beliebig verändert werden können. Wie müssen in diesem Fall die Winkel a_2 bis a_5 gewählt werden, um die maximale Anzahl an Photonen hinter Filter 6 zu detektieren? Neben der Angabe der Werte sollte man eine Begründung einfordern. Was erst nach einer komplexen Extremwertaufgabe klingt, erkennen Schülerinnen und Schüler meist schon intuitiv: Egal welche Polarisationswinkel vorgegeben werden, müssen die Differenzwinkel zwischen jeweils zwei benachbarten Polarisationsfiltern identisch sein, um maximale Messergebnisse zu erzielen. Begründet werden sollte dieses Erkenntnis mit dem Gesetz von Malus, durch das sich dieses Phänomen ergibt. Das Prinzip lässt sich mit selbigem Aufbau wie zur Überprüfung des Polarisationsgesetzes veranschaulichen. Die Polarisation von Einzelphotonen und das Gesetz von Malus bieten darüber hinaus auch im weiteren Schulunterricht einen Zugang, ganz fundamentale Unterschiede zwischen klassischer Physik und Quantenphysik herauszuarbeiten. Die im Material vorgestellten Aufgaben können in einem solchen Kontext der Erarbeitung und Festigung von Konzepten wie der stochastischen Vorhersagbarkeit und Eindeutigkeit der Messergebnisse dienen [9, 10].

3.3 Quantenkryptografie: Anwendung der Nobelpreisforschung

Nachdem die ersten zwei Teilaufgaben in die Hintergründe des Nobelpreises eher aus praktisch-technischer Perspektive eingeführt haben, soll es in den nächsten beiden um die komplexeren theoretischen Grundlagen gehen. Im Umfang und Schwierigkeitsgrad haben wir uns hauptsächlich an den Finalrunden der ThüPhO orientiert. Um trotzdem eine Einsatzmöglichkeit auch in anderen schulischen oder schulnahen Situationen weitgehend aufrecht zu erhalten und Lernenden somit den Zugang zu erleichtern, wird die CHSH-Ungleichung als theoretischer Kern zunächst mit Anwendungsbezug besprochen. Über die Rolle der Quantenkryptografie, speziell des Ekert-Protokolls, lässt sich argumentieren, warum die Ergebnisse der Nobelpreisforschung so bemerkenswert und bedeutsam für unsere Alltagswelt sind bzw. werden können.

Das Ekert-Protokoll (E91) wurde 1991 von Artur Ekert entwickelt und gilt als wichtige praktische Anwendung von Verschränkung in der Kryptografie, dem Verschlüsseln von Nachrichten zur sicheren Kommunikation [11]. Dem Protokoll liegen die gleichen Annahmen zu Grunde, die Clauser, Horne, Shimony und Holt zur CHSH-Ungleichung geführt haben. Im Folgenden wird E91 von Alice (A) und Bob (B) verwendet, um einen nur ihnen bekannten Schlüssel, bestehend aus einer zufälligen, binären Bitfolge, zu generieren. Dieser kann verwendet werden, um die Kommunikation zwischen A und B für Dritte unlesbar zu machen. Sie gehen dabei so vor:

Schritt 1: In einer Quelle werden Paare verschränkter Photonen erzeugt, wovon jeweils eins zu A und eins zu B gesandt wird.

Schritt 2: A und B wählen jeweils zufällig aus den ihnen zur Verfügung stehenden Polarisationsrichtungen einen Winkel für den Polarisationsfilter (A nutzt $a_1 \dots a_3$ und B nutzt $\beta_1 \dots \beta_3$). Zu jeder Messung notieren sie sich den Winkel und das erhaltene Ergebnis (siehe Abbildung 4).

$$a_1 = 0, a_2 = \frac{\pi}{8}, a_3 = \frac{\pi}{4}, \beta_1 = \frac{\pi}{8}, \beta_2 = \frac{\pi}{4}, \beta_3 = \frac{3\pi}{8}$$

Schritt 3: A und B vergleichen über einen weiteren Kanal, wer wann welchen Winkel gewählt hat. Nur die Durchgänge, in denen in die gleiche Richtung gemessen wurde, werden

als Schlüsselbits zur Verschlüsselung der Kommunikation verwendet.

Schritt 4: Um zu testen, ob sie von Eve (E) abgehört wurden, nutzen sie die CHSH-Ungleichung (siehe Material für Details). Diese enthält einen Wert S , der sich wie folgt ergibt:

$$S = E(a_1, \beta_1) - E(a_1, \beta_3) + E(a_3, \beta_1) + E(a_3, \beta_3)$$

In der Quantenphysik erhält man für den Korrelationskoeffizienten $E(a_i, \beta_j) = -\cos(a_i, \beta_j)$. Durch Einsetzen lässt sich S berechnen. Ein Lauschen von E kann ausgeschlossen werden, wenn sich der mit den oben genannten Winkeln berechnete Wert $S_{\text{Theorie}} = -2\sqrt{2}$ ergibt. Die CHSH-Ungleichung besagt, dass klassische Korrelationen $-2 \leq S \leq 2$ einhalten müssen. Der hier ermittelte Wert ist also ein typisches Beispiel für eine quantenphysikalische Verschränkung, die die CHSH-Ungleichung verletzt.

In einem ersten Schritt einer Aufgabe kann man diesen Wert von S überprüfen lassen. Die Lösung ist eine einfache Übung im Einsetzen und Berechnen der Winkelfunktionen. Der Mehrwert besteht hier einzig in der Vorbereitung und dem sich Vertraut machen mit der Ungleichung. Im Folgenden soll mit einer umfangreichen Wertetabelle gearbeitet werden, die aus einer fiktiven Kommunikation zwischen A und B mit Hilfe des Ekert-Protokolls entsteht.

Als erstes sollen die Schlüsselbits, die E91 liefert, identifiziert und entnommen werden – Textverständnis und Fleißarbeit. Laut Abbildung 4 ergibt sich der Schlüssel aus der Folge aller grün markierten Ereignisse, da hier jeweils die gleichen Polarisationsrichtungen gewählt wurden. Als zweites sollen die verbleibenden Messdaten untersucht werden: Durch Auswertung der Messergebnisse und Vergleich ihrer Winkel wollen Alice und Bob herausfinden, ob sie belauscht wurden. Dazu wollen sie überprüfen, ob die Messwerte aus der Tabelle auf den erwarteten Wert $S = -2\sqrt{2}$ führen. Dies geschieht, indem man in folgender Formel die Wahrscheinlichkeiten $P_{AB}(a_i, \beta_j)$ verwendet, mit denen bestimmte Ergebniskombinationen bei gegebenen Winkeln a_i und β_j aufgetreten sind.

$$E(a_i, \beta_j) = P_{00}(a_i, \beta_j) + P_{11}(a_i, \beta_j) - P_{10}(a_i, \beta_j) - P_{01}(a_i, \beta_j)$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Alice Basiswahl	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	0	$\pi/8$	0	$\pi/4$	$\pi/8$	0	$\pi/8$	0	0	$\pi/8$	0	$\pi/8$	$\pi/8$
Alice Ergebnisse	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
Bob Basiswahl	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$
Bob Ergebnisse	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Alice Basiswahl	0	$\pi/4$	$\pi/4$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	0	0	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	0	$\pi/8$	0	$\pi/4$	0	$\pi/8$	0	$\pi/8$	0	$\pi/8$	$\pi/8$	0
Alice Ergebnisse	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
Bob Basiswahl	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$
Bob Ergebnisse	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
Alice Basiswahl	0	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	0	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	0	$\pi/4$	0	$\pi/8$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$
Alice Ergebnisse	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
Bob Basiswahl	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$	$3\pi/8$
Bob Ergebnisse	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Alice Basiswahl	$\pi/8$	$\pi/4$	0	0	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	0	0	$\pi/4$	$\pi/8$	0	$\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	0	$\pi/4$	$\pi/4$	0
Alice Ergebnisse	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
Bob Basiswahl	$\pi/4$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/8$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$3\pi/8$
Bob Ergebnisse	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1

Abbildung 4: Messwerttabelle mit Lösungsansatz. Die farblichen Markierungen entstehen im Lösungsprozess und kennzeichnen die 24 Schlüsselbits (grün), sowie die zur Berechnung von $E(a_i, \beta_j)$ benötigten Winkelkombinationen: $E(0, \pi/8)$ blau, $E(0, 3\pi/8)$ gelb, $E(\pi/4, \pi/8)$ rot, $E(\pi/4, 3\pi/8)$ violett.

Dieses $E(a_i, \beta_j)$ muss also berechnet werden, indem die Häufigkeiten der entsprechenden Winkelkombination aus der Tabelle ausgezählt werden und ausgewertet wird, wie hoch die relative Häufigkeit eines bestimmten Ergebnisses ist (z. B. ist P_{00} , die Wahrscheinlichkeit, dass A und B beide 0 als Ergebnis messen, und so weiter). Folgendes Beispiel zur Veranschaulichung: Um $E(a_i, \beta_j)$ zu berechnen, werden die Ereignisse aus der Tabelle entnommen, in denen die Winkel $a_1 = 0$ und $\beta_1 = \frac{\pi}{8}$ gewählt wurden. In der Tabelle des Materials kommt dieser Fall 7-mal vor (vgl. Abbildung 4: blaue Markierungen). Anschließend werden diese 7 Fälle unterteilt in Ereignisse, in denen A und B beide 0 messen, A und B beide 1, A 1 und B 0 oder A 0 und B 1. Diese relativen Häufigkeiten werden dann entsprechend der Formel für $E(a_i, \beta_j)$ verrechnet. Im Beispiel ergibt sich

$$E(0, \frac{\pi}{8}) = P_{00} + P_{11} - P_{10} - P_{01} = \frac{0}{7} + \frac{1}{7} - \frac{3}{7} - \frac{3}{7} = -\frac{5}{7}.$$

Dieses Prozedere muss für jedes der vier benötigten $E(a_i, \beta_j)$ durchlaufen werden, bevor S berechnet werden kann. Es bietet sich hier an, mit unterschiedlichen Farben oder Markierungen zu arbeiten, um bei dieser Datenmenge nicht durcheinander zu kommen. Wichtig ist vor allem die Diskussion des erhaltenen Werts $S = -2,62$ im Vergleich zu $S_{\text{Theorie}} = -2\sqrt{2}$. Der sich aus der Tabelle ergebende Wert liegt in der gleichen Größenordnung wie der Theoriewert, nichtsdestotrotz weicht er von diesem ab. Dabei muss erwähnt werden, dass eine Messwertreihe mit nur 100 Werten eine sehr kleine Stichprobengröße darstellt. Es wird klar, dass für eine verlässliche Verschlüsselung eine sehr große Datenmenge produziert werden muss und, obwohl hier Einzelereignisse beispielhaft besprochen werden, in der Praxis die Statistik aus tausenden Einzelereignissen besteht. Somit wird man auch feststellen, dass solche Systeme in der Praxis von Computern gesteuert werden müssen und Alice und Bob keinesfalls händisch ihre Messungen vornehmen würden.

Die Tabellenarbeit kann beliebig erweitert und beispielsweise mit Verständnisfragen ergänzt werden. Wie würden z. B. Alice und Bob im Ekert-Protokoll erkennen, dass sie von Eve belauscht wurden? Fragen zur statistischen Vorhersagbarkeit quantenphysikalischer Experimente sind ebenfalls möglich. Optional ließe sich die Aufgabe auch methodisch differenzieren, indem zum Beispiel eine zusätzliche Extremwertaufgabe gestellt wird, wie sie im Material zu finden ist. Gegeben sind sieben der acht Polarisationswinkel, die Alice und Bob im Experiment

einstellen. Zeige, dass Bob $\beta_3 = \frac{3\pi}{8}$ wählen muss, um die maximale Verletzung der CHSH-Ungleichung zu erhalten.

Eine letzte Aufgabe, die an dieser Stelle nicht näher beleuchtet wird, im Material aber ausführlich erklärt ist, bietet Interessierten die Möglichkeit, noch tiefer in die Grundlagen und den Formalismus der Quantenphysik einzutauchen. Eine Vereinfachung mit alternativer Notation von zweidimensionalen Vektoren reicht in dieser Aufgabe aus, um von der Verschränkung zweier Teilchen bis hin zur Quantenteleportation fortzuschreiten.

4. Zusammenfassung

Trotz des hohen fachlichen Anspruchs der Forschung, die 2022 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet wurde, ist es wenigstens für die Oberstufe möglich, die Hintergründe der Auszeichnung didaktisch zu reduzieren und in verarbeitbaren Einheiten so zu präsentieren, dass ein Zugang im Rahmen des Physikunterrichts gewährt werden kann. Es wurden Aufgaben erstellt, die es ermöglichen, sich den komplexen theoretischen und experimentellen Aspekten zu nähern, auch wenn es dazu in den meisten Fällen einer längeren Einarbeitungsphase bedarf. Das beiliegende Material bietet Anwenderinnen und Anwendern die Möglichkeit, situationsbezogene Anpassungen vorzunehmen und sich an den Inhalten so zu bedienen, dass der Lernprozess der Lernenden optimal unterstützt wird. In den meisten Fällen wird es sehr empfehlenswert sein, die einführenden Texte der Aufgaben im Material durch eine Erarbeitung im Unterricht zu ersetzen.

Zusätzliches Material mit Bezug zum Physik-Nobelpreis 2022 in Form von Aufgaben und Lösungen dazu steht unter <https://www.physik.uni-jena.de/unterrichtsmaterial> zur Verfügung.

Stefan Aehle AG Fachdidaktik der Physik und Astronomie,
Friedrich-Schiller-Universität Jena, Deutschland

Philipp Scheiger AG Fachdidaktik der Physik und
Astronomie, Friedrich-Schiller-Universität Jena und Physik
und ihre Didaktik, Universität Stuttgart, Deutschland

Holger Cartarius AG Fachdidaktik der Physik und
Astronomie, Friedrich-Schiller-Universität Jena, Deutschland

Literatur

- [1] Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport. Die Physikolympiade in Thüringen. URL: <https://bildung.thueringen.de/schule/aktiv/wettbewerbe/physik> (Zugegriffen am 31.01.2023)
- [2] Pressemitteilung der Königlich Schwedischen Akademie der Wissenschaften zur Vergabe des Physik-Nobelpreises 2022, URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/press-release/> (Zugegriffen am 31.01.2023)
- [3] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Physical Review* 1935: 47, 777.
- [4] J.S. Bell, *Physics* 1, 195, 1964.
- [5] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony and R.A. Holt, *Physical Review Letters* 1969: 23, 880.
- [6] S.J. Freedman und J.F. Clauser, *Physical Review Letters* 1972: 28, 938.
- [7] A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, *Physical Review Letters* 1982: 49, 1804.
- [8] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter and A. Zeilinger, *Physical Review Letters* 1998: 81, 5039.
- [9] Küblbeck J., Müller R. *Die Wesenszüge der Quantenphysik: Modelle, Bilder, Experimente*; Köln: Aulis Verlag Duebne GmbH & Co KG; 2003.
- [10] Aehle S., Scheiger P., Cartarius, H. *An Approach to Quantum Physics Teaching through Analog Experiments. Physics* 2022; 4:1241.
- [11] A.K. Ekert, *Quantum cryptography based on Bell's theorem. Physical Review Letters* 1991: 67, 661.

Verschränkung und Teleportation

Gesche Pospiech

Vorbemerkung

Als ich 1996 in der Physikdidaktik anfang, stürzte ich mich auf die Vermittlung der Quantenphysik, da aus dem Schulunterricht das Gefühl zurückgeblieben war, dass fundamentale Fragen nicht geklärt seien. Zu dieser Zeit führte Anton Zeilinger mit seiner Gruppe Experimente zu Verschränkung und Teleportation sowie Quantenkryptographie durch. Die ersten Versuche zum Quantencomputer begannen. Schnell sah ich, dass ein Zugang über Polarisation oder Spin viele begriffliche Probleme vermeiden würde, die mit einem traditionellen Zugang über Welle-Teilchen-Dualismus oder Atomphysik auftreten. In meiner ersten Veranstaltung mit Lehramtsstudierenden zur Quantentheorie von 1997 spielte demgemäß die Geschichte und die Deutungsdebatte noch eine gewisse Rolle. Im Zentrum stand aber das EPR-Paradoxon, die Bellsche Ungleichung und die Aspect-Experimente, mit Anwendung für die Quantenkryptographie. In der nächsten Veranstaltung anderthalb Jahre später (1998/99) war bereits ein umfangreicher Themenkomplex den Realisierungsmöglichkeiten von Quantencomputern und möglichen Algorithmen am Beispiel des Grover-Algorithmus gewidmet. Alle diese Anwendungen, damals eher Visionen, erfordern ein Verständnis der Verschränkung. Von daher ist es für mich eine besondere Freude, dass 2022 der Nobelpreis für die zugrundeliegenden Ideen und Arbeiten vergeben wurde und dass ich zu diesem Heft beitragen darf.

1. Einführung

Warum soll man das quantenphysikalische Phänomen „Verschränkung“ in der Schule behandeln? Verschränkung markiert den entscheidenden Unterschied von klassischer Physik und Quantenphysik. Damit kann seine Behandlung zur Entwicklung eines modernen physikalischen Weltbildes beitragen. Der nicht zuletzt wegen Zeingers Arbeiten überzeugende experimentelle Nachweis dieses Phänomens trägt erheblich zur Akzeptanz der Quanteneigenschaften bei und kann quantenhaftes Denken fördern: Die Schüler:innen lernen, dass man Quanteneigenschaften für bestimmte Anwendungen, wie beispielsweise die Quantenteleportation, nutzen kann, ohne klassische Denkweisen einzuschalten. Ganz allgemein werden die charakteristischen Eigenschaften von Quantenobjekten in den Quantentechnologien genutzt, wie z. B. die Verschränkung zur dichten Informationskodierung und als Grundprinzip eines Quantencomputers. Neben diesen technologischen Fragen lädt die Verschränkung aber auch dazu ein, über grundlegende Konzepte und Begriffe der Physik nachzudenken. Wir werden im Folgenden zunächst Verschränkung beschreiben. Anschließend wird über die Einordnung in das physikalische Weltbild nachgedacht und dann die Anwendung Teleportation

beschrieben. Zum Schluss folgen einige Bemerkungen zur unterrichtlichen Behandlung.

2. Verschränkung

Das Phänomen der Verschränkung folgt direkt aus dem mathematischen Formalismus der Quantenphysik. Als einer der ersten hat Erwin Schrödinger dies auf den Punkt gebracht.

2.1 Der Ursprung: Schrödinger

In seinem bekannten Artikel „Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik“ [13] befasste Schrödinger sich intensiv mit unterschiedlichen Aspekten des Messprozesses und den Eigenschaften der Zustandsfunktion ψ . Grundsätzlich erfordert der Messprozess eine Verschränkung von Zustandsfunktion und Messinstrument. Dies spiegelt sich in der Zustandsfunktion: „Sie ist nicht mehr. Sie hat sich, nach dem zwangsläufigen Gesetz für die Gesamt- Ψ -Funktion, mit der des Messinstruments verheddert.“ Ein zu messendes Quantenobjekt verschränkt sich mit dem Messinstrument und bildet ein (größeres) Quantensystem. Hierbei ist zu beachten, dass für das Messinstrument keine makroskopische Größenordnung vorgeschrieben ist; es kann z. B. auch ein einzelnes Atom sein. Die Beschreibung dieser Verschränkung mit einer Zustandsfunktion enthält die volle Information über das Gesamtsystem, solange es ungestört bleibt. Während dieser gesamten Frist bleibt das Quantensystem ein Ganzes und folgt der Dynamik gemäß der Schrödingergleichung. Auf diese Weise wird aber nicht nur der Messprozess charakterisiert, sondern auch die Verschränkung beliebiger Quantenobjekte: „Maximale Kenntnis von einem Gesamtsystem schließt nicht notwendig maximale Kenntnis aller seiner Teile ein, auch dann nicht, wenn dieselben völlig voneinander abgetrennt sind und einander zurzeit gar nicht beeinflussen.“ [13, § 10]. Diese Formulierung zeigt, dass Schrödinger implizit von der Eigenschaft „Nicht-Separabilität“ (s. u.) ausging. Andererseits hat eine Verschränkung natürlich Voraussetzungen, nämlich: „Besteht eine „Verschränkung der Voraussagen“, so kann sie offenbar nur darauf zurückgehen, dass die zwei Körper früher einmal .. ein System gebildet, das heißt in Wechselwirkung gestanden, und Spuren aneinander hinterlassen haben“, man muss also Verschränkung erzeugen.

Die Nicht-Separabilität spiegelt sich in der Zustandsfunktion des Systems: „Wenn zwei Systeme in Wechselwirkung treten, treten ... nicht etwa ihre ψ -Funktionen in Wechselwirkung, sondern diese hören sofort zu existieren auf und eine einzige für das Gesamtsystem tritt an ihre Stelle.“ Dies bezeichnet Schrödinger als „Verschränkung unseres Wissens“ und erläutert es mit mehreren Beispielen. Daraus folgt dann später

das Fazit: „Bestmögliche Kenntnis eines Ganzen schließt nicht bestmögliche Kenntnis seiner Teile ein – und darauf beruht der ganze Spuk.“ Dieses ist letztendlich ein Standpunkt des Holismus, wie er unten erläutert wird. Diese Äußerungen wollen wir nun mit dem mathematischen Formalismus in der Dirac-Notation unterlegen.

2.2 Formalismus und Interpretation

Verschränkung tritt an zusammengesetzten Quantensystemen auf.¹ Beginnen wir mit einem häufig genannten Beispiel, Schrödingers Katze; auch wenn Schrödinger selber dieses Beispiel nicht explizit als Beispiel für Verschränkung benennt [13, § 5]. Bekannterweise ist die Katze tot, wenn ein radioaktives Atom zerfallen ist und lebendig, solange kein radioaktives Atom zerfallen ist. Also ist der Zustand der Katze mit dem Zustand des Atoms gekoppelt, und es genügt, nur eines dieser beiden Objekte anzusehen, um den Zustand des anderen zu kennen. In der Dirac-Notation liest sich der Gesamtzustand als eine Superposition dieser beiden Möglichkeiten: $\Psi = a |Katze\ tot, Atom\ zerfallen\rangle + \beta |Katze\ lebendig, Atom\ nicht\ zerfallen\rangle$. Bei einem Messprozess an der Katze, der „Katze tot“ oder „Katze lebendig“ ergibt, ist damit sofort der Zustand des Atoms festgelegt, auch wenn am Atom nicht gemessen wird: Katze und Atom sind miteinander verschränkt.

Diese Beschreibung lässt sich verallgemeinern. Das einfachste Quantensystem besteht aus zwei Objekten, die jeweils als Zwei-Zustandssystem beschrieben werden können. Beispielsweise besteht es aus zwei Photonen mit der beschreibenden physikalischen Größe Spin oder Polarisation (als Modell für den Spin). Der Zustand eines einzelnen Photons kann in der Dirac-Notation dargestellt werden als $\psi_I = a |H\rangle + \beta |V\rangle$, d. h. als eine Superposition der Basiszustände „horizontal polarisiert“ $|H\rangle$ und „vertikal polarisiert“ $|V\rangle$. Ein Zustand von zwei Photonen in einem System wird dann mit der kombinierten Basis $|HH\rangle, |HV\rangle, |VH\rangle, |VV\rangle$ beschrieben, wobei der erste Eintrag sich immer auf Photon I und der zweite Eintrag auf Photon II bezieht. Ganz allgemein lautet der Zustand des Gesamtsystems: $\Psi = a |HH\rangle + \beta |HV\rangle + \gamma |VH\rangle + \delta |VV\rangle$. Ist das nun ein verschränkter Zustand? Antwort: Das kommt darauf an. Wenn man das erste Photon misst, nimmt es entweder den Zustand $|H\rangle$ oder den Zustand $|V\rangle$ an. Im ersten Fall hat das zweite Photon den Zustand: $\psi_{II} = a |H\rangle + \beta |V\rangle$ und im zweiten Fall den Zustand $\psi_{II} = \gamma |H\rangle + \delta |V\rangle$. Beide Male handelt es sich um eine Superposition, also ist in der Regel sein Zustand durch die Messung am ersten Photon nicht festgelegt. Sein Zustand wäre nur festgelegt in den Spezialfällen $\beta = \gamma = 0$ oder $a = \delta = 0$, d. h. $\Psi = a |HH\rangle + \delta |VV\rangle$ oder $\Psi = \beta |HV\rangle + \gamma |VH\rangle$. In diesen beiden Fällen ist der Gesamtzustand Ψ verschränkt.

Die einfachsten Beispiele solcher Zustände sind die sog. *EPR-Paare*, bei denen sich zwei einzelne Photonen in einem gemein-

samen maximal verschränkten Zustand befinden. EPR-Paare werden z. B. durch die Zustände $\Psi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle \pm |VH\rangle)$ oder $\Phi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (|VV\rangle \pm |HH\rangle)$ beschrieben. Oft wird die Gesamtheit dieser vier Zustände auch als Bell-Basis bezeichnet, weil sich beliebige Zustände eines Systems aus zwei Photonen mit ihrer Hilfe darstellen lassen. Damit ist die Bell-Basis eine Basis aus maximal verschränkten Zuständen für den Zustandsraum eines Systems aus zwei Photonen.

Allgemein gilt: Wenn sich der Gesamtzustand Ψ als *Produkt* der Zustandsfunktionen seiner Teile schreiben lässt, d. h. als $\Psi = (a|H\rangle + b|V\rangle)_I (c|H\rangle + d|V\rangle)_{II}$, dann ist Ψ kein verschränkter Zustand. Denn dann setzt sich die Gesamtzustandsfunktion aus den Zustandsfunktionen der einzelnen Teilobjekte zusammen. Ein Zustand ist demgemäß verschränkt, wenn es keine getrennte Beschreibung des Gesamtsystems mit Hilfe seiner einzelnen (auch räumlich getrennter) Bestandteile gibt, sondern nur eine gemeinsame, nicht als Produkt beschreibbare Zustandsfunktion. Die Teile des Gesamtsystems können dann nicht getrennt behandelt werden. Insbesondere können sie nicht „getrennt gemessen“ werden.

2.3 Physikalische Realität von Verschränkung

Die physikalischen Folgerungen aus der mathematischen Beschreibung sind sehr gravierend und im klassischen Weltbild schwer nachzuvollziehen. Jedoch haben die Experimente von Aspect et al [2, 3], sowie nachfolgende Experimente zum EPR-Experiment deutlich gemacht, dass es keine klassische, lokal-realistische Erklärung der quantenphysikalischen Vorhersagen gibt [1]. Die lange Diskussion um mögliche Schlupflöcher der realen Experimente, in der sich ein Argumentstrang auf die probabilistische Argumentation und die notwendige Verwendung statistischer Methoden bezog, führte dazu, dass man sich andere Möglichkeiten überlegte [7]. Die Idee, wenigstens drei miteinander verschränkte Photonen zu verwenden, führte nach einigen Jahren zur Realisierung der sog. Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ)-Zustände. Dazu schreibt Zeilinger: „Im Fall der Bell'schen Ungleichung für zwei Photonen entspringt der Konflikt zwischen einer lokal, realistischen und der quantenphysikalischen Betrachtung aus den statistischen Vorhersagen der Theorien. Aber für drei verschränkte Teilchen tritt der Konflikt sogar bei einer einzelnen Vorhersage auf.“ [8, 11]. Mit den hierbei entwickelten experimentellen Techniken war der Weg geöffnet, die Verschränkung pragmatisch handzuhaben und ihre Eigenschaften in unterschiedlichen Anwendungen zu nutzen. Jedoch sollte für ein tieferes Verständnis Klarheit über mögliche Interpretationen geschaffen werden.

3. Begriffsklärung

Das Phänomen Verschränkung wird besonders klar mit Hilfe des EPR-Experiments in der Version von Bohm (s. o.) demonstriert. In der Literatur hierzu spielen die Begriffe Lokalität, Separabilität und Realität eine zentrale Rolle.

¹ Wenn von Verschränkung gesprochen wird, ist hier immer maximale Verschränkung gemeint.

Vor allem die Begriffe der (Nicht)-Lokalität und (Nicht)-Separabilität werden in [6] ausführlich diskutiert.

3.1 Lokalität, Separabilität, Holismus, Objekt

Unter Lokalität versteht man in der Regel die sog. kausale Einstein-Lokalität, d. h. es gibt keine kausalen Relationen zwischen raumartig getrennten Bereichen. Insbesondere kann zwischen ihnen weder Energie noch Materie noch Information fließen. Dementsprechend bedeutet Nicht-Lokalität, „dass es einen Einfluss zwischen Variablen gibt, die raumartig zueinander gelegen sind, so dass der Einfluss zwischen ihnen schneller als mit Lichtgeschwindigkeit propagieren müsste“ [6, S. 149].

Für die volle Lokalität der Physik im einsteinschen Sinne muss zusätzlich zur kausalen Einstein-Lokalität die Separabilität gegeben sein. Für Einstein war die Separabilität von grundlegender Bedeutung dafür, überhaupt Physik treiben zu können. Separabilität bedeutet letztendlich Lokalisierbarkeit in Raum und Zeit: Zwei raumartig getrennte Bereiche (und die Objekte darin) werden jeweils unabhängig von einander beschrieben. Der gemeinsame Zustand beider Bereiche ist damit durch die Einzelbeschreibungen und raumzeitliche Relationen zwischen ihnen festgelegt.

Häufig wird im Kontext der Diskussion über die Verschränkung auch der Begriff des Holismus genannt. Dies kann zum einen schlicht eine „Nicht-Separabilität“ bedeuten, nämlich, dass auch getrennte raumzeitliche Bereiche gemeinsam betrachtet werden müssen. Eine andere Bedeutung von Holismus bezieht sich auf physikalische Systeme. Entweder gilt: Es ist nicht möglich, den Zustand eines Gesamtsystems aus zwei physikalischen Objekten mit Hilfe der Zustände der beiden einzelnen Objekte und ihrer raumzeitlichen Beziehungen zu beschreiben oder: bei einem vorliegenden Gesamtsystem macht es keinen Sinn, überhaupt von Teilsystemem oder Teilobjekten zu sprechen. Raum-zeitlicher Holismus bedeutet letztendlich, dass verschränkte Objekte ein unteilbares Ganzes bilden, auch über räumliche Beschränkungen hinweg. Plakativ könnte man sagen: Das Ganze ist mehr als seine Teile.

Dies führt nun wiederum zu erheblichen Schwierigkeiten im Sprechen über Verschränkung oder Holismus. Was soll das in Rede stehende „Objekt“ sein? Ist es „das Ganze“, oder besteht „das Ganze“ aus zwei Teilobjekten (aber ohne raumzeitliche Relationen dazwischen)? Dies geht nicht ohne Kompromisse ab, wenn man sich verständigen möchte: Auch wenn es strenggenommen nicht wirklich Sinn macht, von „Teilen“ des Gesamtsystems zu sprechen, benötigt man doch Sprechweisen, die es erlauben, die durchgeführten Experimente und ihre Ergebnisse zu beschreiben. Von daher kann man im Sinne von Unterrichtssprache nach der Klärung von „Teilobjekten“ oder „Teilen“ sprechen.

3.2 Einordnung in die Quantenphysik

Die Bellschen Ungleichungen geben unter der Bedingung der Einstein-Lokalität eine Obergrenze für mögliche Korrelationen zwischen Messergebnissen an verschiedenen Orten an. Die Quantenphysik kann im Falle von Verschränkung diese Obergrenze überschreiten. In den Aspect-Experimenten wurde nachgewiesen, dass diese Verletzung der Bellschen Ungleichung tatsächlich auftritt. Damit muss in der Quantenphysik eine der Eigenschaften der klassischen physikalischen Welt – kausale Einstein-Lokalität oder Separabilität – verletzt sein. Dabei hat sich aber die Einstein-Lokalität, wie sie sich in der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) ausdrückt, als so korrekt erwiesen, dass man sie aus physikalischen Gründen nicht aufgeben kann und möchte; man müsste andernfalls für die Quantenphysik einen SRT-freien Raum fordern. Dies erscheint aber nicht als attraktiv. Damit muss man sich präziser anschauen, wie sich die quantenphysikalischen Beobachtungen mit Verschränkung verstehen lassen. Nach dem letzten Abschnitt gibt es zwei Möglichkeiten, die aus der Verschränkung folgenden Phänomene zu deuten:

1. eine kausale nicht-lokale Relation: Damit ist jegliche Verbindung mit Überlichtgeschwindigkeit zwischen zwei raumartig getrennten Bereichen (z. B. die Messungen in einem EPR-Experiment) nicht kausaler Natur. Insbesondere fließen weder Energie noch Materie. Oder es handelt sich um
2. einen nicht-lokalen Zustand. In diesem Fall bleiben alle Relationen kausal und lokal (d. h. sie genügen der SRT), aber es gibt Variable oder Zustände, die nicht in einem raumzeitlichen Bereich lokalisiert sind. Dies ist dann die Nicht-Separabilität. Mit dieser Eigenschaft ist der Ausgedehtheit oder Größe von Quantenobjekten prinzipiell keine Grenze gesetzt.

Überwiegend wird die Nicht-Separabilität angenommen, aber oft als Nicht-Lokalität (der Zustände) bezeichnet. Diese mangelnde Unterscheidung der Begriffe erschwert die Deutung der Verschränkung. Für das Verständnis als Nicht-Separabilität spricht vor allem der quantenphysikalische Formalismus, auch wenn sie einen „Bruch mit raumzeitlichen Annahmen“ der klassischen Physik bedeutet [6, S. 156]. Es scheint also empfehlenswert, im Kontext der Verschränkung die Begriffe „Holismus“ oder „Nicht-Separabilität“ zu verwenden.

4. Quantenteleportation

Die Quantenteleportation ist wohl, nicht zuletzt durch ihre überzeugende Verwendung in Star Wars, eine der faszinierendsten Anwendungen der Verschränkung. Demgemäß gibt es dazu zahlreiche Vorstellungen und Folgerungen, die nicht ganz zutreffen. Beispielsweise wird ein Transport, von was auch immer, mit Überlichtgeschwindigkeit angenommen. Auch wird manchmal die Vermutung geäußert, dass vielleicht bei einem weiteren Fortschritt der Wissenschaft die Teleportation von Objekten möglich sein könnte. Dieses würde jedoch

grundlegenden physikalischen Prinzipien widersprechen. Dies wird im Folgenden näher dargelegt.

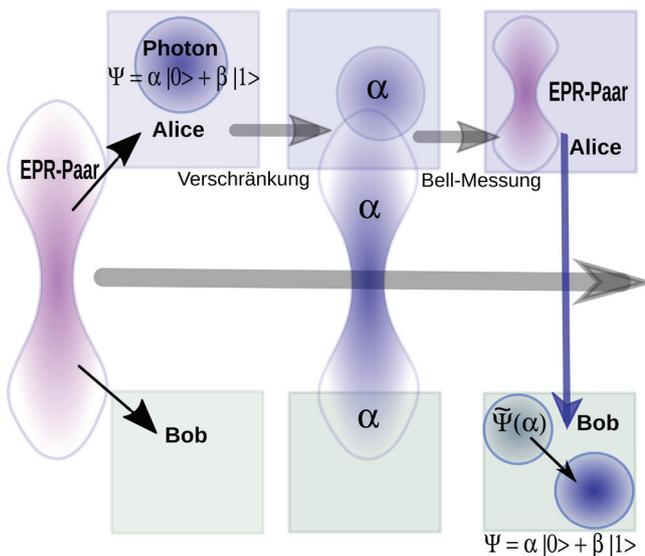


Abbildung 1: Der prinzipielle Ablauf der Quantenteleportation. Dabei entspricht die Polarisation V dem Zustand $|0\rangle$ und H dem Zustand $|1\rangle$. Beschreibung des Ablaufs s. Abschnitt 4.2.

4.1 Prinzip der Quantenteleportation

Teleportation umschreibt im Alltagsverständnis einen „instantanen“ Transport eines physikalischen Objekts, sei es Materie oder Energie oder Information. Dabei existiert das Ursprungsobjekt nicht mehr am ursprünglichen Ort, möglicherweise aber am neuen Ort. Würde man dies mit Materie machen wollen, widerspräche diese Option der Kontinuitätsgleichung sowie weiteren Erhaltungssätzen, wie z. B. der Impulserhaltung, weil bei der Teleportation der Raum zwischen den beiden Orten nicht durchlaufen wird. Eine passende Verzerrung des Raumes, z. B. in Gestalt von Wurmlöchern, wäre wegen der extremen Energiemengen, die damit verbunden wären, auch nicht vorstellbar. Ähnliches gilt für die Teleportation von Energie. Demnach wäre die Teleportation von Information die einzige verbleibende Option. Der instantane Transport von Information widerspricht aber der Speziellen Relativitätstheorie, die die Lichtgeschwindigkeit als die oberste Grenze der Ausbreitungsgeschwindigkeit voraussetzt. Der Ausweg ist das Trennen des Informationstransports in einen reinen Quanten- und einen reinen klassischen Kanal [4]. Beide Kanäle müssen zusammenwirken. Der Quantenkanal wird im einfachsten Fall durch ein EPR-Paar realisiert, dessen Verschränkung entfernungsunabhängig ist.

4.2 Schritte der Quantenteleportation

Die Teleportation findet zwischen Alice und Bob statt. Das EPR-Paar (links in Abb. 1) wird auf Alice und Bob aufgeteilt und dient als Quantenkanal. Alice verfügt über die zu teleportierende Information in Gestalt des Photons Ψ . Die Information ist in dem Koeffizienten a enthalten. Mit Hilfe geeigneter Mittel, z. B. mit Strahlteilern, wird das Photon mit dem EPR-Paar

verschränkt. Da die Verschränkung entfernungsunabhängig ist, befindet sich nun die Information a in dem Gesamtsystem mit den drei „Teilphotonen“ und kann nicht mehr einem einzelnen Photon zugeordnet werden. Dies wird durch die Wiederholung des a in den beteiligten Orten angedeutet (s. Mitte der Abb. 1).

Nun muss man durch geeignetes Vorgehen dafür sorgen, dass die Information bei Bob lokalisiert werden kann. Dazu muss die Verschränkung zwischen Alice und Bob aufgehoben werden. Dies erreicht Alice durch eine Messung in der sog. Bell-Basis (rechts oben in Abb. 1, siehe auch Abschnitt 2.2)². Diese Messung führt dazu, dass Alice als Ergebnis einen der vier möglichen Zustände der Bell-Basis erhält (s. a. Abschnitt 2.2). Jedem dieser Zustände entspricht ein möglicher Zustand des Photons bei Bob (rechts unten in Abb. 1). Bob weiß jedoch nicht, welcher der vier möglichen Zustände wirklich bei ihm vorliegt. Er weiß nur, dass es sich um eine Superposition von $|0\rangle$ und $|1\rangle$ handelt, in der der Koeffizient a auftritt. Er kann diesen Zustand aber auch nicht messen, da der Messprozess nur den Zustand $|0\rangle$ oder den Zustand $|1\rangle$ ausgeben würde, aber die Information a damit zerstört würde. Hier kommt der klassische Kanal ins Spiel: Alice übermittelt Bob auf klassischem Wege (d. h. unter Beachtung des durch die Lichtgeschwindigkeit gegebenen Limits, senkrechter Pfeil rechts in Abb. 1) ihr Messergebnis. Diese Information umfasst zwei Bit, nämlich eines der vier möglichen Ergebnisse ihres Messprozesses. Mit Hilfe dieser Information kann Bob sein Photon so manipulieren, dass er als Ergebnis ein Photon im Ursprungszustand hat (s. rechter unterer Kasten in Abb. 1). Das Besondere hierbei ist, dass Bob den Zustand des Photons nicht kennt (und ihn auch nicht kennen darf). Es handelt sich also sozusagen um eine „blinde“ Teleportation, (s. a. [9]). Ferner trägt das Ursprungsphoton bei Alice keine Information mehr.

4.3 Anwendung und Nutzen

Welchen Nutzen hat man nun eigentlich von der Teleportation, wenn man ohnehin den klassischen Kanal benötigt? Zum einen muss der klassische Kanal nur eine relativ geringe Kapazität haben, da in ihm nur zwei Bit übertragen werden, während a eine wesentlich größere Informationsmenge darstellen könnte. Man könnte Quantenteleportation nutzen, um in einem Quantencomputer Information von einem Speicher in einen anderen zu transportieren. Hier hat die Teleportation den Vorteil, dass sie sozusagen „blind“ erfolgt, also keinen Messprozess erfordert. Man kann sich auch den Einsatz in einem Quanteninternet vorstellen oder zur Speicherung von Quantenzuständen. Dabei ist immer zu beachten, dass bei dieser Quantenteleportation wegen des No-Cloning-Theorems die Ursprungsinformation immer zerstört werden muss. Realisiert wurde die Teleportation das erste Mal in der Arbeitsgruppe von Anton Zeilinger [5].

² Reale Messungen in der Bell-Basis im Labor sind hochgradig nicht-trivial.

5. Vermittlung von Verschränkung

Der Begriff der Verschränkung ist spezifisch für die Quantenphysik und besitzt keinerlei klassisches Analogon. Die Komplexität aus fachlicher Sicht wurde in Abschnitt 3.1 erläutert. Aus didaktischer Sicht ist es sinnvoll, bei komplexen Begriffen mehrere Darstellungen mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad zu kombinieren, damit sich ein vollständigeres Bild aus mehreren Perspektiven für die Lernenden ergibt. Dabei sollte man aber bedenken, dass alle Darstellungen nur Annäherungen sein können, es aber fast unmöglich sein dürfte, das Phänomen der Verschränkung wirklich vollständig zu erfassen.

Die mathematische Beschreibung ist zwar klar und eindeutig, wird aber für die Schule in der Regel zu kompliziert sein. Andererseits gibt es zahlreiche Experimente, deren Ergebnisse dieses Phänomen eindeutig nachweisen. Ferner kann man versuchen, mit Hilfe von Analogien oder Metaphern ein Gefühl für die Verschränkung zu erzeugen. Von solchen Darstellungen werden im Folgenden einige Möglichkeiten vorgestellt.

- Beschreibung experimenteller Ergebnisse: Die Verschränkung wird mit Hilfe von EPR-Experimenten demonstriert. Deren Interpretation benötigt sowohl Kenntnisse über den Messprozess als auch statistische Grundkenntnisse. Auch wenn Teile des experimentellen Aufbaus und die mathematisch-physikalische Argumentation wegen ihrer Komplexität eine Art „Black Box“ bleiben werden, die die Schüler:innen hinnehmen müssen (s. für eine Erläuterung z. B. [12, S. 19ff]), so haben die Experimente doch eine gewisse Überzeugungskraft.
- Nutzung von Metaphern: Eine der bekanntesten Metaphern zur Verschränkung ist Schrödingers Katze, wie schon in Abschnitt 2.2 erläutert. Außerdem findet man in unterschiedlichen Quellen zahlreiche Metaphern aus dem Alltagsleben. Eine schöne Darstellung wurde anlässlich des Schließens der letzten Schlupflöcher zum Nachweis der Verschränkung entwickelt: „Quantenliebe“ und ihre Auswirkungen³. Dieses Beispiel könnte man unter Hinzunehmen der Quantenteleportation zu folgendem Alltagsbeispiel ausbauen: Zwei Personen sind jeweils getrennt in ihrer jeweiligen Wohnung, möchten aber am Abend etwas Gemeinsames unternehmen. Eine typische Frage könnte etwa lauten: Soll man nun ins Theater gehen oder ins Kino? Bei wahrer „Quantenliebe“ kämen beide ohne weiteren Austausch immer zu dem gleichen Ergebnis.

³ <https://www.spektrum.de/video/die-geschichte-einer-quantenliebe/1468957>, aufgerufen 3.2. 2023

Literatur

- [1] Aspect, Alain, "Viewpoint: Closing the Door on Einstein and Bohr's Quantum Debate", *Physics* 8 (2015), pp. 123.
- [2] Aspect, Alain, Grangier, Philippe, and Roger, Gerard, "Experimental realization of Einstein–Podolsky–Rosen–Gedankenexperiment: A new view...", *Physical Review Letters* 49, 2 (1982), pp. 91-94.

Allerdings wissen beide das mit Sicherheit erst, wenn sie miteinander telefoniert haben. Metaphern dieser Art können situationsgerecht für den Unterricht angepasst oder neu entwickelt werden.

- Entwicklung statistischer Analogien: Der statistische Charakter der Bellschen Ungleichungen und die Zufälligkeit von Messergebnissen führen dazu, dass man Analogien mit ähnlichem Charakter sucht, wie z. B. Darstellen der Verschränkung mit Hilfe von Würfeln oder Würfeln. Andere Analogien können auch in dem Zusammenhang von Verschränkung und Unbestimmtheit gefunden werden (s. z. B. [10]). Die Konstruktion solcher Analogien erfordert aber in jedem Falle, dass es einen „geheimen“ Mechanismus gibt, der die Quantenregeln implementiert und damit nicht den Regeln der klassischen Physik entspricht.
- Visualisierungen: Zur Verschränkung findet man zum einen künstlerische Darstellungen, symbolische, ikonische, am Experiment orientierte oder Darstellungen von Analogien. Diese müssen diskutiert werden, da sie nicht selbsterklärend sind, sondern einer Einordnung in die physikalischen Grundlagen und in die mathematische Beschreibung bedürfen. Den Schüler:innen begegnen in den unterschiedlichsten Medien entsprechend vielfältige, günstige oder auch weniger günstige Darstellungen. Auch damit muss der Unterricht rechnen.

Die Verwendung unterschiedlicher Darstellungen beleuchtet das Phänomen Verschränkung aus verschiedenen Perspektiven und erlaubt so, es zu erfassen und sich daran zu gewöhnen. Eine kritische Reflektion über deren jeweilige Angemessenheit kann das Verständnis über das Phänomen Verschränkung stärken.

6. Ausblick

Am Beispiel der Verschränkung kann man gut sehen, dass Grundlagenexperimente die technologische Entwicklung gefördert haben und damit das Tor zu einem technologischen Schub mit zahlreichen Anwendungen aufstießen. Damit wird ein „Quantendenken“ allmählich normal, das die Gegebenheiten der Quantenphysik pragmatisch akzeptiert und auslotet, welche Möglichkeiten sich daraus ergeben. Damit wird die Quantenphysik demystifiziert und als eine normale quantenphysikalische Theorie akzeptiert.

Gesche Pospiech *TU Dresden, Didaktik der Physik*

-
- [4] Bennett, Charles H., Brassard, Gilles, Crépeau, Claude, Jozsa, Richard, Peres, Asher, and Wootters, William K., "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels", *Physical Review Letters* 70, 13 (1993), pp. 1895-1899.
- [5] Bouwmeester, Dirk, Pan, Jian-Wei, Mattle, Klaus, Eibl, Manfred, Weinfurter, Harald, and Zeilinger, Anton, "Experimental quantum teleportation", *Nature* 390, 6660 (1997), pp. 575-579.
- [6] Friebe, Cord, Kuhlmann, Meinard, Lyre, Holger, Näger, Paul M., Passon, Oliver, and Stöckler, Manfred, *Philosophie der Quantenphysik: Zentrale Begriffe, Probleme, Positionen* (Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018).
- [7] Greenberger, Daniel M., "Bell's theorem without inequalities", *Am. J. Phys.* 58, 12 (1990), pp. 1131.
- [8] Pan, Jian-Wei, Bouwmeester, Dirk, Daniell, Matthew, Weinfurter, Harald, and Zeilinger, Anton, "Experimental Test of Quantum Nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger Entanglement", *Nature* 403 (2000), pp. 515-519.
- [9] Pospiech, Gesche, „Quantenteleportation – nutzbar zur Informationsübertragung.“, *Physik in der Schule* 37, 6 (1999), pp. 420-424.
- [10] Pospiech, Gesche, „Spukhafte Fernwirkungen der Quantentheorie? Eine Darstellung der Quantentheorie mit Gedankenbildern.“, *Physik in der Schule* 37, 1 (1999), pp. 56-59.
- [11] Pospiech, Gesche, „Quantenphysik intuitiv – das GHZ-Spiel“, *Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule* 65, 1 (2016), pp. 33-36.
- [12] Pospiech, Gesche, *Quantencomputer & Co: Grundideen und zentrale Begriffe der Quantenin-formation verständlich erklärt* (Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2021).
- [13] Schrödinger, Erwin, „Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik“, *Die Naturwissenschaften* 23 (1935), pp. 807-812, 823-828, 844-849. auch in: Kurt Baumann, Roman Sexl: *Die Deutungen der Quantentheorie*, S. 198-129, vieweg 1987.

Quantenphysik in der Schwebel

Klemens Winkler, Stefan Lindner, Philip Schmidt, Nikolai Kiesel & Markus Aspelmeyer

1. Einführung

„Wer über die Quantentheorie nicht entsetzt ist, kann sie unmöglich verstanden haben.“ [1]

Dieses Zitat von Niels Bohr hat auch Jahrzehnte später nichts an seiner Aktualität eingebüßt. Im Gegensatz zur klassischen Physik, deren Gesetze wir in unserem alltäglichen Leben beobachten, beschäftigt sich die Quantenphysik mit Phänomenen, die sich von unseren gewohnten Erfahrungen stark unterscheiden. Zum Beispiel müssen wir uns typischerweise keine Sorgen machen, wohin unser geparktes Auto über Nacht „tunneln“ könnte oder ob sich die Farbe unserer Socken ändert, solange wir sie unbeobachtet im Schrank liegen lassen. Ein charakteristisches Phänomen der Quantenphysik ist die Superposition, auch bekannt durch Schrödingers Katze: Ein Objekt, hier die Katze, kann sich so verhalten, als ob es in mehreren zueinander widersprüchlichen Zuständen, wie tot und lebendig, gleichzeitig existiert. Dieser Effekt beschränkt sich aber nicht nur auf diese Zustände, denn ein Objekt kann auch an unterschiedlichen Orten sein. Erst im Moment der Messung „entscheidet“ sich das Objekt an welchem Ort es sich befindet, oder welchen Zustand es annimmt, und liegt dann wieder „klassisch“ vor.

Solche Phänomene wurden für Lichtteilchen, Atome und Moleküle bereits beobachtet. Aber warum beobachten wir sie nicht auch in unserer Alltagswelt? Denn prinzipiell lässt die Quantenphysik oben erwähnte Effekte auch für makroskopische Objekte zu. Die Quantenphysik gibt auch hierauf eine Antwort:

jede Wechselwirkung des Objektes mit seiner Umgebung kann als eine eigene Messung aufgefasst werden. Je größer ein Objekt (z. B. die Katze), desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mit seiner Umwelt über verschiedenste Mechanismen in Verbindung steht. So wirkt sich zum Beispiel jeder einzelne Stoß eines Gasteilchens wie eine Messung aus und nimmt dem Objekt seine Quanteneigenschaften. In anderen Worten: die Umwelt hat nun Information über den Zustand des Objekts, weshalb es in keiner Superposition mehr vorliegen kann. Den Verlust von Quanteneigenschaften nennt man *Dekohärenz*.

Will man nun die Grenzen der Quantenwelt auf größere Systeme ausdehnen, so ist es notwendig, genau diese Wechselwirkung zu unterbinden und das System zu isolieren.

2. Optische Levitation

Eine Methode, die das bewerkstelligen kann, ist die optische Levitation. Hierbei wird ein Objekt, meist eine winzige Glas- kugel in der Größenordnung von hundert Nanometern bis zu mehreren Mikrometern nur mit Hilfe eines starken Lichtfeldes gegen die Schwerkraft gehalten, also zum Schweben gebracht. Das zugrunde liegende Konzept heißt optische Pinzette und wurde vor ca. 50 Jahren von dem amerikanischen Physiker Arthur Ashkin entwickelt, wofür ihm 2018 der Nobelpreis in Physik verliehen wurde.

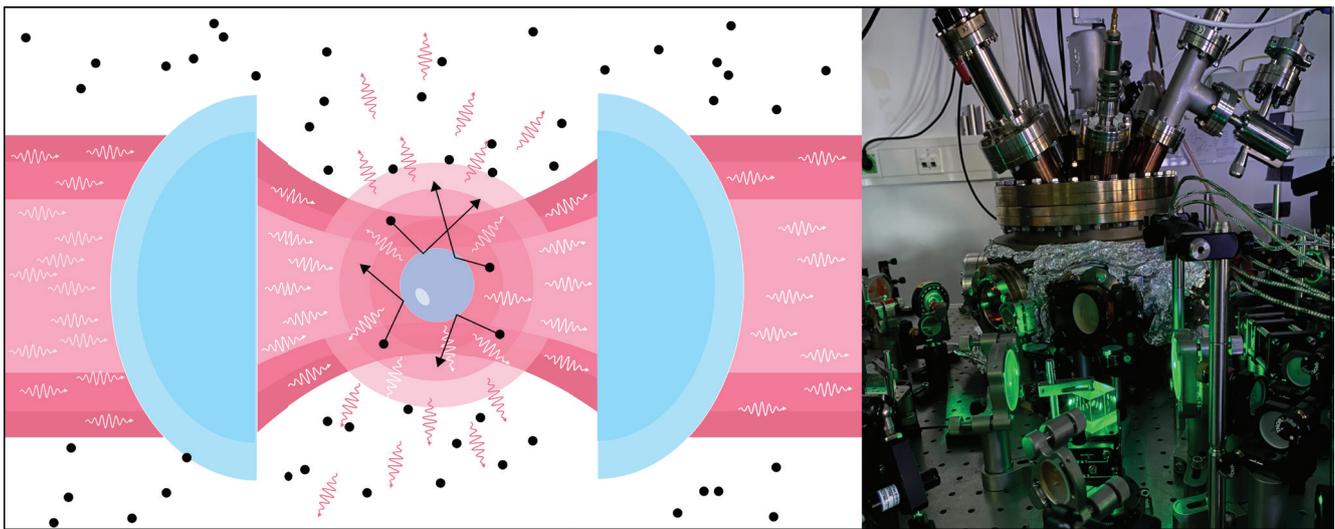


Abbildung 1: Auf der linken Seite ist eine schematische Darstellung der optischen Levitation zu sehen. Ein Laserstrahl wird durch eine Linse auf einen kleinen Punkt gebündelt (Fokus) und mit einer weiteren Linse wieder eingesammelt. Im Fokus wird ein dielektrisches Nanoteilchen gefangen. Es kollidiert mit Gasmolekülen (hier als schwarze Punkte eingezeichnet) und streut Licht (hier als wellige Lichtteilchen, sogenannte Photonen, dargestellt). Durch Reduzieren dieser Vorgänge kann die optische Levitation Wechselwirkungen mit der Umgebung enorm gut vermeiden und damit die Grundlage für Quantenexperimente schaffen. Rechts die Photographie eines Experiments mit der Vakuumkammer im Hintergrund und Teilen der Optik für den optischen Tweezer.

Für unsere Diskussion der optischen Levitation beschränken wir uns auf Nanoteilchen, die das Licht fast nicht absorbieren – also zum Beispiel Kugeln aus Glas, deren Durchmesser in etwa einem tausendstel der Dicke einer Wimper entspricht. Um eine optische Pinzette zu erzeugen, wird ein Laserstrahl mit hoher Leistung durch Linsen auf den Ort der Glaskugel fokussiert. Glas ist ein dielektrisches Material. Es reagiert auf das elektromagnetische Lichtfeld der optischen Pinzette, indem die Ladungen im Material beginnen mitzuschwingen, wie kleine Antennen. Das führt dazu, dass die Glaskugel zum Fokus, also dem Punkt der größten Lichtintensität, hingezogen wird.

Ist die Intensität stark genug, wird das Teilchen gegen die Erdanziehung gehalten. Auch Stöße mit Gasteilchen sollten – wegen der Dekohärenz – vermieden werden. Deshalb wird die optische Falle in einer Vakuumkammer bei 10^{-9} mbar positioniert (Abbildung 1). Im Vergleich zum Raumdruck sind dort um einen Faktor 10^{12} weniger Gasteilchen vorhanden. Das Kügelchen steht aber nicht still. Wie ein Ball in einer runden Schüssel schwingt es um den Mittelpunkt der Falle. Eine Schwingung dauert nur etwa 10 Mikrosekunden und folgt nahezu den Newtonschen Bewegungsgleichungen, genauer dem Hookeschen Gesetz. Wo kommt die Quantenphysik ins Spiel? In der sogenannten „Unschärfe“!

Es ist ein fundamentales Phänomen der Quantenphysik, dass isolierte Objekte in ihrer Bewegung unscharf sind: sie befinden sich über einen gewissen Bereich in einer Superposition aus Orten. Hat auch das Glaskügelchen diese ungewöhnliche Eigenschaft? Die Quantenphysik sagt „Ja!“. Das Problem ist jedoch, dass diese Unschärfe in Position und Geschwindigkeit mit steigender Masse immer kleiner wird (siehe Box). Bei einem Objekt wie unserem Glaskügelchen, das aus mindestens hundert Millionen Atomen besteht, müssen wir dafür schon sehr genau hinschauen. Die Unschärfe im Ort beträgt weit weniger als ein Atomdurchmesser, die Amplitude der Teilchenschwingung hingegen ist fast 10.000-mal größer. Da

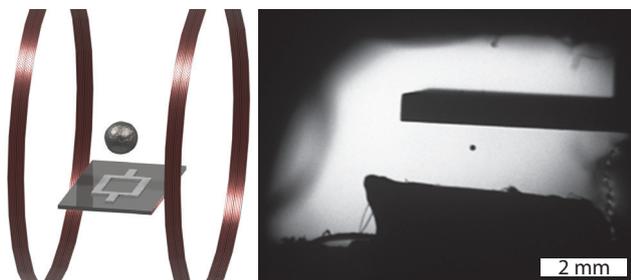


Abbildung 2: Links: schematische Darstellung der magnetischen Levitation (nicht maßstabsgetreu). Ein Spulenpaar lässt eine $50\mu\text{m}$ große supraleitende Bleikugel schweben. Ein Quantenschaltkreis misst die Bewegung der Kugel (im Experiment oberhalb der Kugel). Rechts: Schattenaufnahme der schwebenden Kugel im Experiment. Unterhalb der Kugel ist eine Schüssel erkennbar in der die Kugel zwischen den Flügen gelagert wird. Um die Schüssel ist ein Draht gewickelt, der ein Magnetfeld erzeugt, mit dem die Kugelbewegung kontrolliert, z. B. gekühlt werden kann. Der Detektorschip befindet sich ca. $300\mu\text{m}$ oberhalb der Kugel.

die Unschärfe im Vergleich dazu eine untergeordnete Rolle spielt, sagen wir, dass sich das Teilchen klassisch bewegt: die Schwingung des Teilchens folgt sehr genau den Newtonschen Bewegungsgleichungen. Reduziert man die Teilchenbewegung, etwa durch eine zusätzliche, der Bewegung entgegengerichtete Kraft, überwiegt irgendwann die Unschärfe. Die Bewegung des Teilchens ist dann ausschließlich durch die Gesetze der Quantenphysik bestimmt. Dieses Phänomen der „Quantenbewegung“ konnten wir in unserem Labor 2019 erstmals an einem optisch levitierten Nanoteilchen zeigen [2].

Unschärfe eines harmonischen Oszillators

Stellt man sich einen klassischen harmonischen Oszillator wie zum Beispiel ein Federpendel in Ruhe vor, gehen wir eigentlich davon aus, dass die Position und Geschwindigkeit des Pendels perfekt bestimmt sind: Beide sind genau null.

Die Quantenphysik sagt uns, dass diese Beschreibung nicht ganz richtig ist: Entzieht man dem Oszillator so viel Energie wie möglich (so dass er eigentlich komplett stillstehen sollte), bleibt immer noch ein Quäntchen Restenergie (Nullpunktsenergie E_0) übrig wobei sowohl Position x als auch Geschwindigkeit v des Objekts prinzipiell nicht genau zu bestimmen, also unscharf sind. Diese sogenannten Nullpunktsschwankungen (Δx_0 und Δv_0 , respektive) können wie folgt berechnet werden:

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu ; \quad \Delta x_0 = \frac{1}{2m} \sqrt{\frac{h}{2m\nu}} ; \quad \Delta v_0 = \sqrt{\frac{h\nu}{2m}}$$

Hier ist m die Masse und ν die Frequenz des Oszillators. Die Planckkonstante h hat den Wert $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js. Der Oszillator schwingt also $1/\nu$ Mal pro Sekunde hin und her.

Anhand dieser Gleichungen ist zu sehen das sowohl die Unschärfe der Position als auch die Unschärfe der Geschwindigkeit kleiner wird, je größer die Masse des Oszillators ist. Um dies anschaulicher zu machen wird in der folgenden Tabelle eines unserer levitierten Nanoteilchen, eine magnetisch levitierte Bleikugel und die Goldkugel aus dem Torsionspendel mit einem klassischen Federpendel mit einer Frequenz von $\nu = 1$ Hz und einer Masse von 1 kg verglichen. Zur Erinnerung: 1 Å entspricht etwa einem Atomdurchmesser.

Oszillator	Masse [kg]	Frequenz [Hz]	x_0 [Å]	v_0 [m/s]
Nanokügelchen	$1 \cdot 10^{-18}$	100000	$9.0 \cdot 10^{-2}$	$5.8 \cdot 10^{-6}$
Bleikugel	$6 \cdot 10^{-9}$	240	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$3.6 \cdot 10^{-12}$
Goldkugel	$100 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-16}$
Federpendel	1	1	$2.9 \cdot 10^{-8}$	$1.8 \cdot 10^{-17}$

Die Positionsunschärfe des Federpendels ist also nur ein Hundertmillionstel so breit wie der Durchmesser eines einzigen Atoms, was es nicht weiter verwunderlich macht, dass man für klassische Pendel sagt ihre Position ist in Ruhe null.

3. Magnetische Levitation

Licht ist also ein hervorragendes Werkzeug, um Nanoteilchen auf der Quantenebene zu manipulieren. Dies liegt vor allem daran, dass wir das Licht selbst so gut kontrollieren können. Es hat jedoch auch Schattenseiten: Einerseits führen am Teilchen gestreute Photonen, ähnlich den gestreuten Gasteilchen, selbst zu Dekohärenz. Andererseits sind enorme Laserleistungen erforderlich, um selbst kleine Teilchen schweben zu lassen. Wie kann man noch größere Quantenobjekte kontrollieren?

Es gibt eine Möglichkeit: Magnetfelder. Starke Magnetfelder können nahezu beliebig große Objekte zum Schweben bringen: ein Frosch levitiert zwischen zwei Magnetspulen; eine

schwebende, supraleitende Scheibe hält einen Sumoring in der Luft; und tonnenschwere Magnetschwebbahnen gleiten über Schienen. Ein Ziel der aktuellen Forschung ist es, ähnlich wie im Fall der optischen Levitation, auch für magnetisch levitierte Objekte Quanteneffekte der Bewegung nachzuweisen. Um dies zu erreichen, arbeiten wir mit supraleitenden Kugeln, die 1.000-mal größer (50 μm) und 1 Milliarde Mal schwerer (6 μg) als unsere Glasteilchen sind. Das Experiment findet in einem Kryostaten bei tiefsten Temperaturen knapp über dem absoluten Nullpunkt (200 mK) statt. Die Kugel schwebt in einem Magnetfeld, dessen Stärke sich räumlich stark ändert und in der Mitte der Anordnung verschwindet. Ähnlich zum induzierten Dipol der Lichtfalle erzeugt das externe Magnetfeld Ströme auf der Oberfläche des Supraleiters, die selbst Magnetfelder erzeugen. So entsteht eine Kraft, die den Supraleiter im Minimum des Magnetfelds hält – bei ausreichend starken Magnetfeldern auch gegen die Gravitation. In unseren aktuellen Experimenten ist die Bewegungsenergie des Teilchens noch zu groß, um die Quantenunschärfe der Bewegung zu sehen. Auch hier muss die Teilchenbewegung gekühlt werden. Hier könnten tatsächlich Quantencomputer helfen: die supraleitenden Schaltkreise, die derzeit für Quantencomputer entwickelt werden, können auch dazu verwendet werden, sehr genaue Bewegungsmessungen unserer Kugel durchzuführen. Außerdem können in solchen Schaltkreisen verschiedenste Quantenzustände erzeugt werden, auch Superpositionen. Überträgt man diese auf die Bewegung der Kugel erhält man eine Superposition von zwei Aufenthaltsorten der Kugel – eine „Schrödinger-Kugel“. Was uns zu einer weiteren Frage führt: wenn man so eine Quantenkugel schwer genug macht, ist dann auch das Gravitationsfeld in einer Superposition?

4. Quantenphysik und Gravitation

Die Gravitation, also die Schwerkraft, ist laut Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie eigentlich keine Kraft. Es ist eine Krümmung der Raumzeit, die durch massive Körper erzeugt wird. Obwohl sich Objekte in dieser Raumzeit immer „geradlinig“ (auf Geodäten) bewegen, erscheint es uns aufgrund der Krümmung, als ob der massive Körper auf das Objekt eine anziehende Kraft ausübt. Nicht nur die Bewegung, sondern auch das Ticken von Uhren hängt von ihrer Bewegung in der Raumzeit ab.

Eine spannende Frage stellt sich, wenn man nun auch die Konzepte der Quantenphysik berücksichtigt: Was geschieht, wenn sich ein massiver Körper in einer Superposition aus Aufenthaltsorten befindet? Ist dann auch die Raumzeit in einer Superposition? Oder anders gefragt: Welche Uhrzeit zeigt eine Uhr, wenn sie nahe an einer Masse in Superposition von zwei Aufenthaltsorten vorbeikommt? Die allgemeine Relativitätstheorie liefert hierauf keine Antwort. Und was sagt das Experiment? Können wir das Gravitationsfeld messen, das ein Quantenobjekt erzeugt? Wie man ein möglichst schweres Objekt in einer Quantensuperposition erzeugen könnte, haben wir bereits gesehen. Als nächstes müssen wir herausfinden, wie

klein eine Masse sein kann, von der wir noch ein Gravitationsfeld messen können.

5. Messung von Gravitation kleinster Massen

Im Vergleich zu den anderen Grundkräften der Physik ist Gravitation die schwächste Kraft und die einzige, die sich nicht abschirmen lässt. Der entscheidende Punkt bei Experimenten zur Untersuchung von kleinsten Gravitationsmassen ist daher, unbedingt dafür zu sorgen, dass alle anderen Kräfte abgeschirmt werden: die Gravitation muss als stärkste Wechselwirkung übrigbleiben. Auch hier ist es also wichtig, das Experiment von äußeren Einflüssen abzuschirmen. Das funktioniert besonders gut für Drehpendel, bei denen Vibrationen, wie sie zum Beispiel von einer vorbeifahrenden Straßenbahn verursacht werden, die Drehbewegung nicht stören. Diese Konfiguration war es auch, mit der Henry Cavendish 1798 als erster die Gravitationskraft bestimmen konnte, die von zwei 150 kg schweren Bleikugeln erzeugt wurde [3]. Die kleinste bislang gemessene Gravitationskraft ist etwa 10 Milliarden Mal kleiner als die von Cavendish gemessene Kraft. In einer Miniatur-Version des ursprünglichen Experiments haben wir dabei die Gravitationskraft zwischen zwei Goldkugeln mit einem Radius von 1 Millimeter und einer Masse von 90 μg gemessen (Abbildung 3). Da die Gravitationskraft mit dem Quadrat des inversen Abstands abfällt, müssen die Massen für einen großen Effekt möglichst nahe zusammengebracht werden – hier bei uns bis auf knapp 250 μm [4]. Das Experiment war übrigens so sensitiv, dass wir sogar die Ankunft der Nachtbusse an der 100 Meter von unserem Labor entfernten Haltestelle in unseren Daten registrieren konnten. In einem nächsten Schritt soll die Größe der Massen um einen weiteren Faktor 1.000 reduziert werden: auf die Größe unserer magnetisch levitierten Kugeln.



Abbildung 3: Gravitationspendel zur Messung kleinster Gravitationsquellen. Die Goldkugeln haben einen Durchmesser von 1mm. Testmasse (linke Kugel) und Quellmasse (rechte Kugel) müssen möglichst nahe zusammengebracht werden. Ein Goldspiegel dient zur Positionsmessung per Laser.

6. Ausblick und Abschlussworte

Optische und magnetische Levitation im Vakuum ermöglichen spannende neue Experimente, um Quanteneffekte bei immer größeren Objekten beobachten zu können. Dabei nähern wir uns einem Bereich an, in dem man früher oder später das Gravitationsfeld des Quantenobjekts selbst nicht mehr

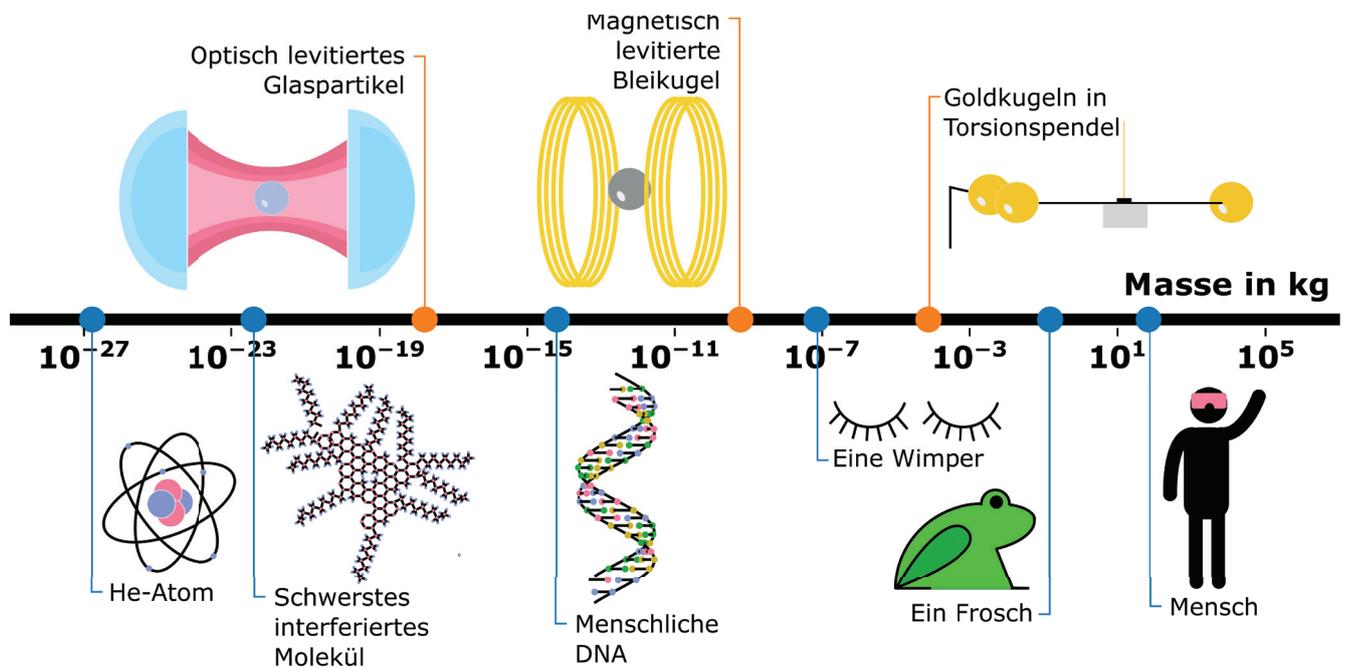


Abbildung 4: Größenvergleich der besprochenen Systeme auf einer logarithmischen Skala. In dieser Abbildung sind die Massen unserer drei Systeme (optisch levitiertes Nanopartikel, magnetisch levitierte Bleikugel und Goldkugel Torsionspendel) im Vergleich zu bekannten anderen Objekten gestellt.

vernachlässigen kann. Das führt zu der Frage, ob die Prinzipien der Quantenphysik auch für die Gravitation gelten. Wenn ja, müssen wir Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie radikal neu denken. Wenn nein, müssen wir massive Änderungen an der Quantentheorie vornehmen. Viele von uns finden es sehr faszinierend, dass wir diese Fragen irgendwann einmal experimentell beantworten werden können. Egal wie die Antwort ausfallen wird: auch in Zukunft wird die Quantenphysik unser Verständnis der Natur auf den Kopf stellen und uns immer wieder aufs Neue „entsetzen“.

Klemens Winkler *Universität Wien, Fakultät für Physik*

Stefan Lindner *Universität Wien, Fakultät für Physik*

Philip Schmidt *IQOQI Wien, Österreichische*

Akademie der Wissenschaften

Nikolai Kiesel *Universität Wien, Fakultät für Physik*

Markus Aspelmeyer *Universität Wien, Fakultät für Physik;*

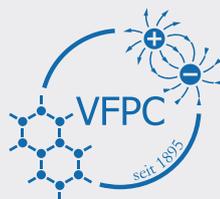
IQOQI Wien, Österreichische Akademie der Wissenschaften

Die Autoren sind Teil des Vienna Center

for Quantum Science and Technology.

Literatur

- [1] W. Heisenberg. Der Teil und das Ganze: Gespräche im Umkreis der Atomphysik. R. Piper & Co Verlag, München, 1969.
- [2] U. Delic, M. Reisenbauer, K. Dare, D. Grass, V. Vuletic, N. Kiesel, and M. Aspelmeyer. Cooling of a levitated nanoparticle to the motional quantum ground state, *Science*, 367 (6480):892, 2020.
- [3] H. Cavendish. Experiments to determine the density of earth. *Philos. Trans. R. Soc. Lond.*, 88:469-526, 1798.
- [4] T. Westphal, H. Hepach, J. Pfaff, and M. Aspelmeyer. Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses. *Nature*, 591(7849):225, 2021.



Neues aus dem Verein

Physikdidaktik in Österreich – Jahrestagung 2023

Am 22. Februar 2023 fand im Rahmen der Fortbildungswoche die erste Jahrestagung „Physikdidaktik in Österreich“ statt.

Eröffnet wurde die Veranstaltung von Prof. Dr. Horst Schecker, Universität Bremen. Er widmete sich in der Key-Note dem Thema „Physikdidaktik: Wo wir stehen und wo wir herkommen“ und fand dabei insbesondere für die Entwicklung der österreichischen Physikdidaktik in den letzten Jahren lobende Worte. Inspiriert vom Vortrag wurden anschließend in mehreren Themengruppen Zukunftsperspektiven für die Arbeit der Physikdidaktik in Österreich entwickelt. Der Nachmittag war wiederum geprägt von Postersessions, bei denen sich die Teilnehmer*innen gegenseitig ihre Forschungsschwerpunkte vorstellten und Gelegenheit zur Vernetzung hatten.

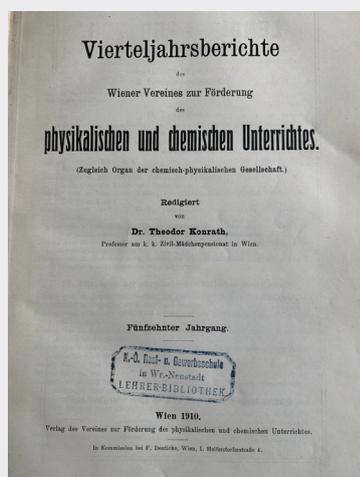
Organisator*innen wie Teilnehmer*innen zeigten sich am Ende der Tagung begeistert – und freuen sich bereits jetzt auf eine Fortsetzung im Jahr 2024!

https://www.pluslucis.org/Dateien/AG_PhyDid_2023_Gruppenfoto.jpg

Altes aus dem Verein

Wussten Sie, dass es schon lange vor Plus Lucis eine Vereinszeitschrift gab? Wir nicht. Aber jetzt haben wir einige Exemplare in einem Antiquariat erworben. Falls Sie an einer altherwürdigen Schule unterrichten: Schauen Sie doch einmal nach, ob es bei Ihnen vielleicht noch andere Bände der „Vierteljahrsberichte“ gibt? Oder von „Physik und Chemie“? Die löste dann wohl die Vierteljahrsberichte ab.

Auf Nachrichten wartet gespannt: martin.hopf@univie.ac.at



Österreichische Post AG
SM 17Z041123 S
Verein zur Förderung des physikalischen
und chemischen Unterrichts,
Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien
DVR 0558567
VRN 668472729

Impressum: Medieninhaber (Verleger) und Hrsg.: Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts. Druck: Fa. Wograndl GmbH, Mattersburg

Retouren an: AECC Physik Universität Wien, Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien.